

Modus oder Modalwert (D) :

- Geeignet für nominalskalierte Daten
- Wert der häufigsten Merkmalsausprägung
- Es kann mehrere Modalwerte geben
-

Median oder Zentralwert ($\tilde{x}$), (Z)

- für mindestens ordinal skalierte Daten
- der Wert einer Verteilung, die bei Anordnung der Werte nach ihrer Größe die Verteilung genau in der Mitte in zwei gleich große Teile teilt
- bei einer geraden Anzahl von Fällen wird die Ausprägung der beiden in der Mitte liegenden Fälle gemittelt
- hat den minimalsten Abstand zu den anderen Werten

$\tilde{X}$:

$$Pos_1 : n / 2 = x \Rightarrow .Stelle$$

$$Pos_2 : (n / 2) + 1 = x \Rightarrow .Stelle$$

$$\tilde{X} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{Stellenwert\ t1 + Stellenwert\ t2}{2} = Median$$

Mittelwert oder arithmetisches Mittel ($\bar{x}$)

- für metrische Daten
- der Wert, der als Durchschnitt den Schwerpunkt der Verteilung darstellt
- ist nicht robust gegenüber „Außreißern“

Symmetrisch:	Modus $\approx$ Median $\approx$ Mittelwert
Linkssteil:	Modus < Median < Mittelwert
Rechtssteil:	Mittelwert < Median < Modus
Bimodal:	2 Modalwerte oder Modus viel größer bzw. viel kleiner als Mittelwert

Mittelwert bei gruppierten Daten:

- bei gruppierten Daten, kennt man nur die Häufigkeitsverteilung von zu Messwertklassen zusammengefassten Daten
- der Mittelwert wird über die geschätzten Klassenmitten errechnet

$$Klassenmitte : \frac{Untergrenze + Obergrenze}{2} = Klassenmitte$$

Anschließend wird jeweils die geschätzte Klassenmitte mit der Anzahl der Fälle in dieser Klasse multipliziert. Dies wird für alle Klassen aufsummiert und dann durch die Anzahl der Fälle geteilt.

Aufgaben:

1. Die folgende Liste enthält das Alter von neun Personen.

41; 55; 32; 28; 59; 42; 38; 42; 78

Bestimme Modus, Median und Mittelwert.

Lösung:

Modus:

$D = 42$

Median:

28; 32; 38; 41; 42; 42; 55; 59; 78

$Pos : n / 2 = 9 / 2 = 4,5 \rightarrow 5. Stelle$

$\tilde{x} = 42$

Mittelwert:

$$\bar{x} = \frac{41 + 55 + \dots + 78}{9}$$

$\bar{x} = 46,11$

- 42 Jahre, ist der Wert der am häufigsten vorkommt
- mindestens die Hälfte der Personen ist jünger bzw. älter als 42 Jahre
- im Durchschnitt sind alle Personen 46,11 Jahre alt

2. Eine Befragung von 425 Haushalten ergab folgende Verteilung zu dem Merkmal Anzahl an TV-Geräten:

Anzahl TV-Geräte	Häufigkeit
0	48
1	156
2	143
3	61
4	17

Berechne Modus, Median und Mittelwert.

Lösung:

Die Anzahl der TV-Geräte hat metrisches Skalenniveau, da man sagen kann „X hat doppelt so viele Fernseher wie Y“. Daher können der Modus, der Median und auch das arithmetische Mittel berechnet werden.

$$D = 1$$

$$Pos : N / 2 = 425 / 2 = 212,5 \Rightarrow 213.Stelle$$

$$\tilde{X} = 2$$

$$\bar{X} = \frac{(0 * 48) + (1 * 156) + (2 * 143) + (3 * 61) + (4 * 17)}{425}$$

$$\bar{X} = 1,63$$

3. Bei einem 14- tägigen Radfahrrurlaub notierte einer der Teilnehmer die täglich am Tachometer angezeigte Kilometerleistung:

66 85 55 32 73 55 42 30 102 48 53 75 60 64

- Berechne Modus, Median und Mittelwert dieses Merkmales
- Welche Verteilungsform liegt vor?

Lösung:

a) D = 55 Km (häufigste Ausprägung)

$\tilde{X}$:

30;32;42;48;53;55;55;60;64;66;73;75;85;102

$$Pos_1 : n / 2 = 14 / 2 = 7 \Rightarrow 7.Stelle$$

$$Pos_2 : (n / 2) + 1 = (14 / 2) + 1 = 8 \Rightarrow 8.Stelle$$

$$\tilde{X} = \frac{x_7 + x_8}{2} = \frac{55 + 60}{2} = 57,5km$$

$$\tilde{x} = 57,5 Km$$

$$\bar{x} = \frac{66 + 85 + 55 + 32 + \dots + 64}{14} = 60km$$

$$\bar{x} = 60 Km$$

b) Linksteil, weil Modus < Median < Mittelwert

4.)Mittelwert bei gruppierten Daten:

- bei gruppierten Daten, kennt man nur die Häufigkeitsverteilung von zu Messwertklassen zusammengefassten Daten

- der Mittelwert wird über die geschätzten Klassenmitten errechnet

Zum Beispiel:

15 – Jahres – Altersklassen	f(X)
18 -32	936
33 – 47	976
48 – 62	883
63 – 77	522
über 77	129
Σ	3446

Für die Schätzung der Klassenmitte wird jeweils die Untergrenze und die Obergrenze der jeweiligen Klasse addiert und danach halbiert.

$$\text{Klassenmitte} : \frac{18 + 32}{2} = 25$$

Anschließend wird jeweils die geschätzte Klassenmitte mit der Anzahl der Fälle in dieser Klasse multipliziert. Dies wird für alle Klassen aufsummiert und dann durch die Anzahl der Fälle geteilt:

$$\bar{X} = \frac{(936 * 25) + (976 * 40) + (883 * 55) + (522 * 70) + (129 * 85)}{3446}$$

$$\bar{X} = 45,9$$

5. (3P) Die Tabelle stellt die Häufigkeiten einer Stichprobe der erzielten ECTS der von 120 Studenten des 3.Fachsemesters in Studiengang BA VW im WS 2011/12 dar.

ECTS	Häufigkeit
0	4
6	3
9	8
12	11
15	9
18	12
23	15
24	16
27	24
30	18

- Berechnen Sie bitte die Entsprechende Lagemaße und formulieren Sie jeweils dazu einen Satz ohne statistische Begriffe. **1.5P**
- Stellen Sie die kumulierte Verteilung möglichst genau grafisch dar. **1P**
- Welche Verteilungsform liegt vor? **0.5P**

Lösung:

- D = 27 ECTS (häufigste Ausprägung)

$\tilde{X}$:

$$Pos_1 : n/2 = 120/2 = 60 \Rightarrow 60.Stelle$$

$$Pos_2 : (n/2) + 1 = (120/2) + 1 = 61 \Rightarrow 61.Stelle$$

$$\tilde{X} = \frac{x_{60} + x_{61}}{2} = \frac{23 + 23}{2} = 23 ECTS$$

$$\tilde{x} = 23 ECTS$$

$$\bar{x} = \frac{0*4 + 6*3 + \dots + 30*18}{120} = 20,75 ECTS$$

$$\bar{x} = 20,75 ECTS$$

- Rechtssteil, weil Mittelwert < Median < Modus

6. (2 Punkte) In einer Befragung von 20 Jugendlichen wurde die Anzahl von Minuten, die Jugendliche pro Tag vor dem Computer verbringen, erfasst.

25; 135; 60; 15; 190; 40; 175; 43; 60; 68; 91; 141; 180; 74; 134; 46; 130; 123; 33; 200

- Berechnen Sie bitte für dieses Merkmal alle geeignete Lagemaße und verwenden Sie in Ihren Antwortsätzen keine statistischen Begrifflichkeiten. **1.5 Punkte**
- Um was für eine Verteilungsform handelt es sich hierbei? Bitte begründen Sie Ihre Antwort aufgrund der ermittelten Lagemaße. **0.5 Punkte**

Lösung:

- D = 60 min (häufigste Ausprägung)

$\tilde{X}$:

15;25;33;40;43;46;60;60;68;74;91;123;130;134;135;141;175;;180;190;200

$$Pos_1 : n/2 = 20/2 = 10 \Rightarrow 10.Stelle$$

$$Pos_2 : (n/2) + 1 = (20/2) + 1 = 11 \Rightarrow 11.Stelle$$

$$\tilde{X} = \frac{x_{10} + x_{11}}{2} = \frac{74 + 91}{2} = 82,5 \text{ min}$$

$$\tilde{x} = 82,5 \text{ min}$$

$$\bar{x} = \frac{25 + 135 + \dots + 200}{20} = 98,15 \text{ min}$$

$$\bar{x} = 98,15 \text{ min}$$

b) Linksteil, weil $\text{Modus} < \text{Median} < \text{Mittelwert}$