# Übung 1

Abgabe der Bearbeitungen bis Freitag, den 22. September

### *Aufgabe 1*

Judith beschäftigt sich mit Zahlen, die nur aus den Ziffern 1, 2 und 3 bestehen. Die Ziffern dürfen mehrfach in den gesuchten Zahlen vorkommen.

a) Wie viele dreistellige Zahlen aus diesen Ziffern gibt es?

b) Wie viele dieser dreistelligen Zahlen gibt es, die von vorn und hinten gelesen gleich sind? Wir nennen solche Zahlen Palindromzahlen.

c) Wie viele vierstellige Palindromzahlen aus diesen Ziffern gibt es, die gerade Zahlen sind?

d) Schließlich fragt sich Judith: Wie viele fünfstellige Palindromzahlen aus diesen Ziffern gibt es, die wiederum gerade Zahlen sind?

### *Aufgabe 2*

Die Kinder Anna, Bea, Carolin und Dana stellen sich in alphabetischer Reihenfolge ihrer Vornamen auf. Dann sollen sie untereinander so Plätze tauschen, dass sie nach ihrer Körpergröße sortiert stehen, beginnend mit dem kleinsten Kind. Es zeigt sich, dass dafür nur zwei Kinder ihre Plätze tauschen müssen. Als nächstes sollen die Kinder ihre Plätze tauschen, so dass sie nach ihrem Alter sortiert stehen, beginnend mit dem jüngsten Kind. Wieder müssen nur genau zwei Kinder ihren Platz tauschen, damit die Reihenfolge stimmt. Carolin ist übrigens das älteste Kind. Nach den beiden Umsortierungen ist nur Bea am selben Platz wie zu Beginn.

a) Man sortiere die Kinder nach ihrem Alter und zeige, dass nur diese Reihenfolge möglich ist.

b) Man zeige, dass aus den Angaben <u>nicht</u> eindeutig ermittelt werden kann, welches Kind das größte ist.

### *Aufgabe 3*

Als Grundmenge M nehmen wir die Menge aller Menschen. Weiter definieren wir folgende Mengen:

- C als Menge der College-Studenten,
- S als Menge der Studentinnen,
- P als Menge der Professoren,
- N als Menge der Männer,
- I als Menge der intelligenten Leute,
- B als Menge der Biertrinker,
- G als Menge der gut angezogenen Leute.

Jeder der nun folgenden Sätze ist unter Verwendung obiger Bezeichnungen für Mengen und der Symbole $=, \neq, \emptyset, \cap, \cup, A^c$ (als Komplementbildung einer Menge $A$) in eine Gleichung oder Ungleichung zu übersetzen. Ein Beispiel: Der Satz - Einige College-Studenten sind intelligent - würde ja bedeuten, dass es mindestens einen C-Studenten gibt, der intelligent ist, also könnte man dies mit $C \cap I \neq \emptyset$ übersetzen.

a) Alle Professoren sind Biertrinker.

b) Kein Mann gehört zu den Studentinnen.

c) Kein männlicher College-Student ist gut gekleidet.

d) Die Studentinnen sind weder intelligent noch männlich.

e) Einige Professoren sind Biertrinker.

f) Unter den Professoren, die Bier trinken, sind einige nicht männliche Professoren.

g) Einige Professoren, die Bier trinken, sind weder intelligent noch gut gekleidet.

h) College-Studenten und Professoren sind Biertrinker.

i) Wenn jemand Biertrinker ist, ist er auch intelligent.

j) Wenn jemand intelligent ist, dann ist er auch Biertrinker.

k) Jemand ist ein Biertrinker dann und nur dann, wenn er intelligent ist.

### *Aufgabe 4*

Es sei $n$ eine natürliche Zahl und sei $A$ eine Menge mit $n$ Elementen. Man bestimme die Mächtigkeit der folgenden Mengen.

a) $A \times A$

b) $A \times (A \cap A)$

c) $A \times (A \setminus A)$

d) $(A \times A) \cup A$

e) $A \times A \times A$

f) $\{\{x, y\} \mid x, y \in A\}$

g) $\{(x, y) \mid x, y \in A\}$

h) $\{\{x, y\} \mid x, y \in A, x \neq y\}$

i) $\{(x, y) \mid x, y \in A, x \neq y\}$

j) $\{\{x, y, z\} \mid x, y, z \in A\}$

k) $\{\{x, y, z\} \mid x, y, z \in A, x \neq y, x \neq z, y \neq z\}$

l) $\{(x, y, z) \mid x, y, z \in A, x \neq y, x \neq z, y \neq z\}$

m) $\{(x, y, z) \mid x, y, z \in A, x \neq y, y \neq z\}$