Name		angemeldet	eingetragen
Vorname			
Matr. Nr.			

	Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Summe	Note
maximal	**10**	**10**	**12**	**10**	$4^2 \cdot 2 + 4 \cdot \lvert 2-4 \rvert + 2$	
erreicht						

Auf Ihrem Tisch darf nur unbeschriebenes Papier und ein Stift liegen.

Modellierungen sind nur dann nötig, wenn explizit nach ihnen gefragt wird. Sie müssen aber stets Begründungen und Rechenwege angeben.

Übersicht über die Aufgaben

Aufgabe 1

Bei den letzten Wahlen entfielen 30 Prozent der Stimmen auf die Fortschrittspartei, 60 Prozent auf die Gerechtigkeitspartei und 10 Prozent auf die Aktionsliste. Jungwähler waren bei der Fortschrittspartei $\frac{2}{100}$ ihrer Wähler, bei der Gerechtigkeitspartei $\frac{1}{100}$ ihrer Wähler und bei der Aktionsliste $\frac{15}{100}$ ihrer Wähler.
Man hat einen Jungwähler vor sich. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er die Aktionsliste gewählt hat?

Aufgabe 2

Die sechs Würfelseiten eines Würfels sind mit den Zahlen 1 und 3 genau einmal und mit der Zahl 2 genau viermal beschriftet. Es wird zweimal nacheinander gewürfelt und die Summe der beiden Zahlen gebildet.

a) Man beschreibe dieses Experiment mit genau einer geeigneten Zufallsgröße X.

b) Man bestimme die Wahrscheinlichkeitsverteilung bzgl. der obigen Zufallsgröße und berechne daraus den Erwartungswert von X.

c) Nun beschreibe man das Experiment mit genau zwei Zufallsgrößen Y und Z so, dass $E(X) = E(Y) + E(Z)$ gilt.

Aufgabe 3

Bei einem geheimen Treffen spricht eine Gruppe von Zauberlehrlingen über ihre genialsten Zaubersprüche. Dabei stellt sich heraus, dass genau 70% von ihnen den Spruch *Expelliarmus* (der den Gegner mit einem roten Lichtstrahl entwaffnet) und genau 60% von ihnen den Spruch *Levicorpus* (der den Gegner kopfüber in der Luft hängen lässt) kennen. Jeder Zauberlehrling kennt mindestens einen der beiden Sprüche.

a) Ein Zauberlehrling wird zufällig ausgewählt. Man ermittle die Wahrscheinlichkeit, dass er beide Zaubersprüche kennt.

b) Sind die Ereignisse, dass der ausgewählte Zauberlehrling Expelliarmus bzw. Levicorpus kennt, stochastisch unabhängig?

c) Man checke folgende Aussage im Zusammenhang mit den Zauberlehrlingen und überprüfe, ob sie auch im Allgemeinen gilt.

   Fragliche Aussage: Sind A und B zwei Ereignisse in einen Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, P) mit $A \cup B = \Omega$, so gilt stets die Gleichung $P(A \cap B) = P(A)P(B) - P(\overline{A})P(\overline{B})$.

Aufgabe 4

Sei n eine natürliche Zahl.
In einer Wohngemeinschaft – alle n Bewohner $B_1, B_2, \ldots, B_n$ studieren in Flensburg Mathematik – soll durch ein Münzwurf-Verfahren entschieden werden, wer das Bad putzen darf. Das Verfahren geht so: Alle Bewohner stellen sich in der Reihenfolge $B_1, B_2, \ldots, B_n$ in einem Kreis auf, B_n steht dann natürlich neben B_1. Nun wird eine Münze geworfen, fällt dabei *Zahl* scheidet B_1 aus dem Kreis, fällt hingegen *Wappen* scheidet B_2 aus dem Kreis. Nun wird wieder die Münze geworfen, fällt *Zahl* scheidet scheidet der noch im Kreis befindliche Bewohner (B_1 oder B_2) aus, fällt *Wappen* scheidet B_3 aus. Das Verfahren wird in diesem Sinne fortgesetzt, bis nach $n-1$ Münzwürfen nur noch ein Bewohner übrig bleibt. Dieser ist der vermeintliche Gewinner und darf das Bad putzen.

a) Man bestimme für $n = 4$ die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass B_1, B_2, B_3 bzw. B_4 übrig bleibt. Man gebe eine passende Modellierung an.

b) Man zeige, dass dieses Auswahlverfahren für $n \geq 3$ nicht gerecht ist, im Sinne einer Gleichwahrscheinlichkeit jedes Bewohners, das Bad putzen zu dürfen.

Aufgabe 1

Bei den letzten Wahlen entfielen 30 Prozent der Stimmen auf die Fortschrittspartei, 60 Prozent auf die Gerechtigkeitspartei und 10 Prozent auf die Aktionsliste. Jungwähler waren bei der Fortschrittspartei $\frac{2}{100}$ ihrer Wähler, bei der Gerechtigkeitspartei $\frac{1}{100}$ ihrer Wähler und bei der Aktionsliste $\frac{15}{100}$ ihrer Wähler.

Man hat einen Jungwähler vor sich. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er die Aktionsliste gewählt hat?

Kladde

Reinschrift

Aufgabe 2

Die sechs Würfelseiten eines Würfels sind mit den Zahlen 1 und 3 genau einmal und mit der Zahl 2 genau viermal beschriftet. Es wird zweimal nacheinander gewürfelt und die Summe der beiden Zahlen gebildet.

a) Man beschreibe dieses Experiment mit genau einer geeigneten Zufallsgröße X.

b) Man bestimme eine Wahrscheinlichkeitsverteilung bzgl. der obigen Zufallsgröße und berechne daraus den Erwartungswert von X.

c) Nun beschreibe man das Experiment mit genau zwei Zufallsgrößen Y und Z so, dass $E(X) = E(Y) + E(Z)$ gilt.

Kladde

Reinschrift

Aufgabe 3

Bei einem geheimen Treffen spricht eine Gruppe von Zauberlehrlingen über ihre genialsten Zaubersprüche. Dabei stellt sich heraus, dass genau 70% von ihnen den Spruch *Expelliarmus* (der den Gegner mit einem roten Lichtstrahl entwaffnet) und genau 60% von ihnen den Spruch *Levicorpus* (der den Gegner kopfüber in der Luft hängen lässt) kennen. Jeder Zauberlehrling kennt mindestens einen der beiden Sprüche.

a) Ein Zauberlehrling wird zufällig ausgewählt. Man ermittle die Wahrscheinlichkeit, dass er beide Zaubersprüche kennt.

b) Sind die Ereignisse, dass der ausgewählte Zauberlehrling Expelliarmus bzw. Levicorpus kennt, stochastisch unabhängig?

c) Man checke folgende Aussage im Zusammenhang mit den Zauberlehrlingen und überprüfe, ob sie auch im Allgemeinen gilt.

   Fragliche Aussage: Sind A und B zwei Ereignisse in einen Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, P) mit $A \cup B = \Omega$, so gilt stets die Gleichung $P(A \cap B) = P(A)P(B) - P(\overline{A})P(\overline{B})$.

Kladde

Reinschrift

Aufgabe 4

Sei n eine natürliche Zahl.
In einer Wohngemeinschaft – alle n Bewohner $B_1, B_2, \dots, B_n$ studieren in Flensburg Mathematik – soll durch ein Münzwurf-Verfahren entschieden werden, wer das Bad putzen darf. Das Verfahren geht so: Alle Bewohner stellen sich in der Reihenfolge $B_1, B_2, \dots, B_n$ in einem Kreis auf, B_n steht dann natürlich neben B_1. Nun wird eine Münze geworfen, fällt dabei *Zahl* scheidet B_1 aus dem Kreis, fällt hingegen *Wappen* scheidet B_2 aus dem Kreis. Nun wird wieder die Münze geworfen, fällt *Zahl* scheidet scheidet der noch im Kreis befindliche Bewohner (B_1 oder B_2) aus, fällt *Wappen* scheidet B_3 aus. Das Verfahren wird in diesem Sinne fortgesetzt, bis nach $n-1$ Münzwürfen nur noch ein Bewohner übrig bleibt. Dieser ist der vermeintliche Gewinner und darf das Bad putzen.

a) Man bestimme für $n = 4$ die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass B_1, B_2, B_3 bzw. B_4 übrig bleibt. Man gebe eine passende Modellierung an.

b) Man zeige, dass dieses Auswahlverfahren für $n \geq 3$ nicht gerecht ist, im Sinne einer Gleichwahrscheinlichkeit jedes Bewohners, das Bad putzen zu dürfen.

Kladde

Reinschrift

Kladde

Kladde

Kladde