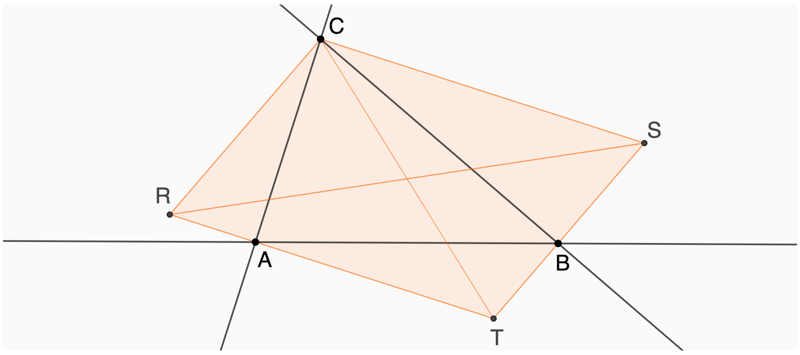
ÜBUNG 9

In der kommenden Woche können wir leider die Vorlesung nicht online anbieten.

AUFGABE 1

In dieser Aufgabe möge ABC ein echtes Dreieck in einer euklidischen Ebene sein. Ferner sei a das Lot von A auf $\overline{AC}$ und b das Lot von B auf $\overline{BC}$. Weiterhin sei a' die Parallele zu a durch C und b' die Parallele zu b durch C. Wir betrachten die Punkte $R \in a \cap b'$, $S \in a' \cap b$ und $T \in a \cap b$.

Man beweise, dass der Diagonalenschnittpunkt des Vierecks $CRTS$ der Umkreismittelpunkt des Dreiecks ABC ist.



AUFGABE 2

Diese Aufgabe bezieht sich nur auf das 9-Punkte Modell (siehe unten).

a) Man gebe folgende Kreise an:

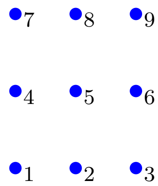
- Den Kreis um 3 durch 6, also $k_1 := k(3, 6)$.
- Den Thaleskreis des Dreiecks 135.
- Den Umkreis des Dreiecks 348.
- Ist 7368 ein symmetrisches Trapez? Wenn ja, gebe man seinen Umkreis an.

b) Wieviele verschiedene Kreise gibt es eigentlich?

c) Gibt es drei Kreise, die sich gegenseitig berühren?
[es gibt wohl keinen, der diese Frage nur mit *Ja* oder *Nein* beantwortet ...]

d) Man gebe alle Tangenten t_i am Kreis $k := k(6, 8)$ an.

e) Man zeige: Berührt ein Kreis zwei Geraden g, h, dann gilt $g \parallel h$ oder $g \perp h$.



AUFGABE 3
Sei $ABCD$ ein Trapez und sei M der Mittelpunkt der Seite BC. Man untersuche, ob dann das Viereck AD$\pi_M A \pi_M D$ stets ein Parallelogramm ist.

AUFGABE 4
Sei k eine Kreis und seien g, h verschiedene Geraden durch den Mittelpunkt von k. Dann gilt für alle $A, B \in g \cap k$ und $C, D \in h \cap k \ : \ AC \equiv BD$ und $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$.

AUFGABE 5
Man zeige:
Sind g, h Tangenten eines Kreises k die sich in einem Punkt $S \notin k$ schneiden und die k in A bzw. B berühren, so gilt $SA \equiv SB$.

Zu den Aufgaben 6, 7, 8 wird ein Link zu einem GeoGebra Applet angeboten. Es kann genutzt werden, um geometrische Zusammenhänge zu entdecken, variieren Sie dazu die Konfigurationen.

AUFGABE 6
Sei $ABCD$ ein Parallelogramm und w eine Winkelhalbierende von $\overline{AB}$ und $\overline{AD}$. Sei E der Schnittpunkt von w mit $\overline{CD}$ und F der Schnittpunkt der Parallelen zu $\overline{BC}$ durch E mit $\overline{AB}$. Man zeige: Dann ist $AFED$ eine Raute.
Link: https://www.geogebra.org/m/rt85rtgv

AUFGABE 7
Sei $ABCD$ ein Rechteck. Sei a die Parallele zu $\overline{BD}$ durch A, b die Parallele zu $\overline{AC}$ durch B, c die Parallele zu $\overline{BD}$ durch C und d die Parallele zu $\overline{AC}$ durch D. Sei $E \in a \cap b$, $F \in b \cap c$, $G \in c \cap d$ und $H \in d \cap a$. Man zeige: Dann ist $EFGH$ eine Raute.
Link: https://www.geogebra.org/m/qfevgg7u

AUFGABE 8
Sei $ABCD$ eine Raute. Sei M der Schnittpunkt seiner Diagonallinien. Man zeige: Dann ist

$$M_{\overline{AB}}M_{\overline{BC}}M_{\overline{CD}}M_{\overline{DA}}$$

ein Rechteck.
Link: https://www.geogebra.org/m/q7frfs65

AUFGABE Alte Klausuraufgabe
Sei ABC ein echtes Dreieck. Sei C' der Verdopplungspunkt von $CC_{\overline{AB}}$.
Es gelte: $(*)$ $\overline{AC'}$ ist parallel zu $\overline{BC}$.

a) Fertigen Sie eine passende Skizze an.

b) Man zeige, dass das Viereck $AC'BC$ eine Raute ist.