# ÜBUNG 7

Sei $(\mathcal{P}, \mathcal{G}, \equiv, \perp)$ eine euklidische Ebene.

### AUFGABE 1

Sei das 9-Punkte-Modell gegeben. Man beweise oder widerlege:

a) Jedes Trapez, dessen Diagonallinien senkrecht zueinander sind, ist ein Quadrat.

b) Jedes Viereck, das sowohl eine Raute als auch ein Rechteck ist, ist ein Quadrat.

c) Es gibt ein Rechteck, welches kein Quadrat ist.

d) Es gibt 12 Trapeze $ABXY$ mit $X, Y \in \{A, B, C, D, E, F, G, H, I\}$.

### AUFGABE 2

Sei $ABCD$ ein Trapez, sei $M$ der Mittelpunkt von $AD$ und $L$ auf der Verbindungsgeraden von $B, C$, also $L \in \overline{BC}$. Man beweise oder widerlege:

a) Wenn $L$ der Mittelpunkt von $BC$ ist, dann ist $\overline{ML}$ parallel zu $\overline{AB}$.

b) Wenn $\overline{ML}$ parallel zu $\overline{AB}$ ist, dann ist $L$ der Mittelpunkt von $BC$ ist.

*Hinweis.* Man schaue sich die Situation im 9-Punkte Modell an, z.B. am Trapez $ACEF$.

### AUFGABE 3

Man beweise den Satz 9.4 aus der Vorlesung, also:

*Seien $a, b$ nicht-parallele Geraden und $w$ eine Winkelhalbierende von $a, b$. Dann haben $a, b$ noch genau eine weitere Winkelhalbierende $w'$, und diese ist senkrecht zu $w$, also $w' \perp w$.*

### AUFGABE 4

Sei $ABX$ ein echtes Dreieck und $C$ ein Punkt auf der Verbindungsgeraden von $A$ und $B$, also $C \in \overline{AB}$.
Man zeige, dass aus je zwei der folgenden Aussagen die dritte Aussage folgt.

i) $ABX$ ist gleichschenklig, es gilt also

$$AX \equiv BX$$

ii) $C$ ist der Mittelpunkt der Strecke $AB$, es gilt also

$$AC \equiv CB$$

iii) Die Verbindungsgerade von $X$ und $C$ ist senkrecht zur Verbindungsgeraden von $A$ und $B$, es gilt also

$$\overline{XC} \perp \overline{AB}$$

**AUFGABE 5**
Man zeige für jedes Dreieck:
Ist $ABC$ rechtwinklig, so ist $BCA$ weder rechtwinklig noch gleichschenklig.

**AUFGABE 6**
Man zeige: Sei $ACD$ ein rechtwinkliges und gleichschenkliges Dreieck. Dann ist $AD\sigma_{\overline{AC}}CD$ ein Quadrat.

**AUFGABE 7** (SCHULAUFGABE – ABER NICHT NUR)
Wie beginnen mit einer

*Definition. Sei $ABCD$ ein echtes Viereck. Sei $E$ der Mittelpunkt von $AB$, $F$ der Mittelpunkt von $BC$, $G$ der Mittelpunkt von $CD$ und $H$ der Mittelpunkt von $DA$. Dann heißt das Viereck $EFGH$ das Seitenmittenviereck von $ABCD$, siehe Abb. rechts.*

a) Konstruieren Sie zu einem echten Viereck $ABCD$ das Seitenmittenviereck von $ABCD$ mit *GeoGebra* und veranschaulichen Sie alle grundsätzlich unterschiedlichen Konfigurationen, z.B. wenn $A, B, C$ auf einer Geraden liegen, wenn $ABCD$ ein Quadrat ist, wenn $ABCD$ ein Parallelogramm oder wenn $ABCD$ ein überschlagendes Viereck ist etc.

b) Zeigen Sie: Das Seitenmittenviereck $EFGH$ (wobei nicht $E, F, G$ und $H$ auf einer Geraden liegen) zu einem echten Viereck $ABCD$ ist ein Parallelogramm.

c) Experimentieren Sie: Wann ist das Seitenmittenviereck

i) eine Raute?

ii) ein Rechteck?

iii) ein Quadrat?