ÜBUNG 7

AUFGABE 1

Man beweise den Satz 9.4 aus der Vorlesung, also:

Satz. *Seien a, b nicht-parallele Geraden und w eine Winkelhalbierende von a, b. Dann haben a, b noch genau eine weitere Winkelhalbierende w', und diese ist senkrecht zu w, also $w' \perp w$.*

AUFGABE 2

Seien g, h zwei nicht parallele Geraden, sei S der Schnittpunkt und $P \neq S$ ein Punkt auf g. Seien v, w die beiden Winkelhalbierenden von g, h.
Zeigen Sie, dass dann das Viereck

$$PP_{\sigma_v}(P_{\sigma_v})_{\sigma_w}((P_{\sigma_v})_{\sigma_w})_{\sigma_v}$$

ein Rechteck ist.
Wann ist dieses Rechteck ein Quadrat?

AUFGABE 3

Man zeige: Sei $ABCD$ ein Rechteck. Sei M der Mittelpunkt von AC. Seien $E \in A \oplus C \cap \overline{AB}$ und $F \in A \oplus C \cap \overline{CD}$. Dann gilt $MF \equiv ME$ und $FC \equiv EA$.
Gilt die Aussage auch, wenn $ABCD$ ein Parallelogramm ist?

AUFGABE 4

Man zeige: Sei ABC ein echtes Dreieck und BCA nicht rechtwinklig. Man wähle einen Punkt D auf $A \oplus C$ mit $\overline{AC}$ ist eine Winkelhalbierende von $\overline{AB}$ und $\overline{AD}$. Dann gilt: $ABCD$ ist ein Trapez.

AUFGABE 5

Man zeige: Sei ABC ein echtes Dreieck, seien L, K Mittelpunkte von AC, AB und sei w eine Winkelhalbierende bei C. Sei g eine Senkrechte auf w durch A. Dann liegen K, L, A_w auf einer Geraden.

Aufgabe 6

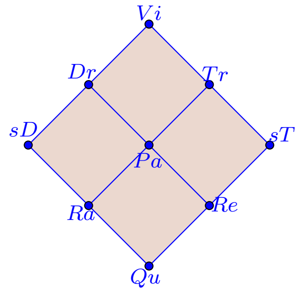
Man bestimme im Haus der Vierecke (siehe unten) die folgenden Schnitte und beweise die Gleichungen wie in der Vorlesung am Montag angedeutet wird.

a) $sD \cap Tr$

b) $Dr \cap sT$

c) $sD \cap sT$

d) $Ra \cap Tr$



Hier noch einmal die Definitionen der Viereckstypen.
Ein echtes Viereck ABCD heißt
- genau dann ein Drachen, wenn $\overline{AC}$ durch den Mittelpunkt von BD geht.
- genau dann ein symmetrischer Drachen, wenn $\overline{AC}$ das Mittellot von BD ist.
- genau dann ein Trapez, wenn $\overline{AB}$ parallel zu $\overline{CD}$ ist.
- genau dann ein symmetrisches Trapez, wenn AB und CD dasselbe Mittellot haben.
- genau dann ein Parallelogramm, wenn $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ und $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ist.
- genau dann eine Raute, wenn alle Seiten kongruent zueinander sind.
- genau dann ein Rechteck, wenn ABCD ein Parallelogramm mit $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ ist.
- genau dann ein Quadrat, wenn es eine Raute und ein Rechteck ist.

Die jeweiligen Viereckstypen (Menge von Quadraten) bezeichnen wir mit Vi(erecke), Dr, sD, Tr, sT, Pa, Re, Ra, Qu. Die Menge dieser 9 Viereckstypen bezeichnen wir als das Haus der Vierecke. Die Teilmenge $\{Pa, Re, RA, Qu\}$ nennen wir das kleine Haus der Vierecke.