Übung 6

Aufgabe 1

Man überprüfe (zum Beispiel durch geeignete Skizzen) im 9-Punkte-Modell an selbst gewählten Beispielen

a) die Längen- und Richtungstreue bei Punktspiegelungen

b) die Längentreue bei Geradenspiegelungen

c) die Geradentreue bei Punkt- und Geradenspiegelungen (wenn man also die Gerade $\{3,4,8\}$ an 2 mittels der Abbildung π_2 punktspiegelt ist $\{3,4,8\}\pi_2$ wieder eine Gerade

d) die Senkrechttreue bei Geradenspiegelungen (wenn man also die beiden zueinander senkrechte Geraden $\{7,8,9\}$ und $\{2,5,8\}$ an $\{1,5,9\}$ durch die Abbildung $\sigma_{\{1,5,9\}}$ spiegelt, dann sollte auch $\{7,8,9\}\sigma_{\{1,5,9\}}$ zu $\{2,5,8\}\sigma_{\{1,5,9\}}$ senkrecht sein).

Aufgabe 2

Man formalisiere die folgende Aussage und beweise sie anschließend:

Jede Geradenspiegelung σ ist senkrecht-treu.

Aufgabe 3

Satz. Sei ABC ein gleichschenkliges Dreieck, d. h., es gilt $AC \equiv BC$. Sei D der Verdopplungspunkt von AC. Dann ist $DCC\sigma_{\overline{AB}}D_{\overline{AB}}$ ein Parallelogramm.

a) Man prüfe den Satz im 9-Punkte Modell.

b) Man zeige den Satz allgemein.

Aufgabe 4

Satz. Sei BCA ein gleichschenkliges Dreieck, sei K der Mittelpunkt von AC und L der Mittelpunkt von AB. Dann gilt $\overline{K\pi_A L} \perp \overline{BC}$.

a) Man prüfe den Satz im 9-Punkte Modell.

b) Man zeige den Satz allgemein.

Aufgabe 5

Man zeige: Sei $ABCD$ ein Rechteck. Sei M der Mittelpunkt von AC. Seien $E \in A \oplus C \cap \overline{AB}$ und $F \in A \oplus C \cap \overline{CD}$. Dann gilt $MF \equiv ME$ und $FC \equiv EA$.
Gilt die Aussage auch, wenn $ABCD$ ein Parallelogramm ist?

Aufgabe 6

Sei A ein Punkt und g eine Gerade. Es sei $P_g = \{h \mid h \in \mathcal{G},\ h \parallel g\}$ das Parallelenbüschel von g. Man zeige zunächst im 9-Punkte Modell, dann allgemein:

$$\exists h \in P_g : h = \{X \mid \text{der Verdopplungspunkt von } XA \text{ liegt auf } g\}$$