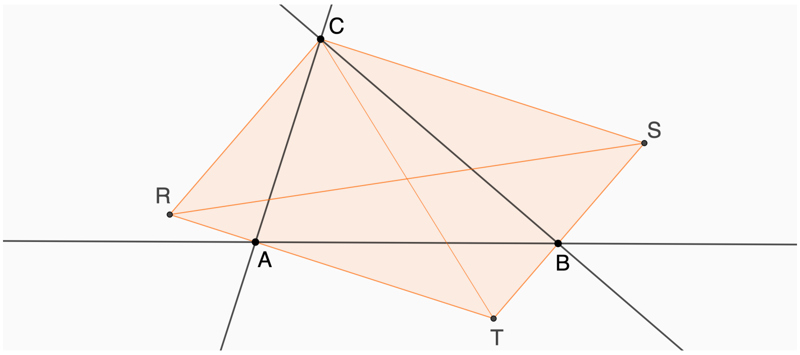
Übung 10

In der kommenden Woche können wir leider die Vorlesung nicht online anbieten.

Aufgabe 1

In dieser Aufgabe möge ABC ein echtes Dreieck in einer euklidischen Ebene sein. Ferner sei a das Lot von A auf $\overline{AC}$ und b das Lot von B auf $\overline{BC}$. Weiterhin sei a' die Parallele zu a durch C und b' die Parallele zu b durch C. Wir betrachten die Punkte $R \in a \cap b'$, $S \in a' \cap b$ und $T \in a \cap b$.

Man beweise, dass der Diagonalenschnittpunkt des Vierecks $CRTS$ der Umkreismittelpunkt des Dreiecks ABC ist.



Aufgabe 2

Sei $ABCD$ ein Parallelogramm, S der $2:1$-Teilungspunkt von AD und M der Mittelpunkt von SC. Man zeige:

Die Geraden $\overline{DM}$, $\overline{BC}$ schneiden sich im $2:1$-Teilungspunkt von BC.

Aufgabe 3

Man zeige, dass es zu jedem Kreis k um M und jedem Punkt A mit $A \neq M$ und $A \notin k$ höchstens 2 Tangenten von k durch A gibt.

Aufgabe 4

Sei ABC ein echtes Dreieck und M der Mittelpunkt von AB Sei w eine Winkelhalbierende bei A, die das Mittellot von A und B im Punkt $D \in \overline{BC}$ schneidet. Zeige:

(a) Wenn $M\sigma_w = C$, dann ist MB≡MC.

(b) Wenn $M\sigma_w$ der Mittelpunkt von AC ist, dann ist BCA rechtwinklig und gleichschenklig.

Aufgabe 5

Sei ABCD ein Parallelogramm, $k(M, A)$ Der Umkreis von ABC mit Mittelpunkt M und $k(N, C)$ der Umkreis von CDA mit Mittelpunkt N. Zeige, dass MA≡NC.

Eine alte Klausuraufgabe:
Sei $ABCD$ ein Drachen und $ABDE$ ein Parallelogramm. Weiter sei S der Schnittpunkt der Verbindungslinien $\overline{AC}$ und $\overline{BE}$. Man zeige, dass dann S ein 2:1-Teilungspunkt von EB ist.

Noch eine alte Klausuraufgabe:
Sei $ABCD$ ein Parallelogramm, S der 2:1-Teilungspunkt von AD und M der Mittelpunkt von SC. Man zeige, dass sich dann die Geraden $\overline{DM}$ und $\overline{BC}$ im 2:1-Teilungspunkt von BC schneiden.