Name/Vorname	MtkNr/PO	*Aufgabe*	A_1	A_2	A_3	A_4	Σ
		max.	10	10	10	10	40
	2013 ☐ 2015 ☐ BBS ☐	err.					

Aufgabe 1

Man zeige für alle reellen Zahlen a, b :

$$max\{a,b\} = \frac{a+b+|a-b|}{2} \quad und \quad min\{a,b\} = \frac{a+b-|a-b|}{2}$$

Aufgabe 2

Man zeige, dass die Folge $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}} = \left\{\frac{2n+1}{n+2}\right\}_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert.

Aufgabe 3

Es gilt:

Jede lineare Funktion konvergiert konvergiert an jeder Stelle ihres Definitionsbereiches gegen den Funktionswert an dieser Stelle.

Das heißt:

Sei f eine *reelle* Funkion mit $f(x) = m \cdot x + b$, wobei $m, a, b \in \mathbb{R}$ mit $m \neq 0$.

Man zeige durch einen $\epsilon - \delta$ Beweis, dass $\lim\limits_{x\to a} f(x) = f(a)$.

Aufgabe 4

Zur Erinnerung: Es gilt $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ und in jedem reellen Intervall findet man sowohl rationale als auch irrationale Zahlen.

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $x \mapsto f(x) := \begin{cases} 0, & \textit{für} \quad x \in \mathbb{Q} \\ 1, & \textit{für} \quad x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$ eine Funktion.

a) Ist f injektiv? Bitte hier ankreuzen: Ja ☐ Nein ☐

b) Ist f surjektiv? Bitte hier ankreuzen: Ja ☐ Nein ☐

c) Man beweise, dass für alle $a \in \mathbb{R}$ der Grenzwert $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ nicht existiert.

Aufgabe 1 *zum Thema Funktionen*
Gegeben ist die reelle Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_{\geq 0} \ \ mit \ \ x \mapsto f(x) := |x| \cdot |x-1|$$

a) Man skizziere die Funktion.

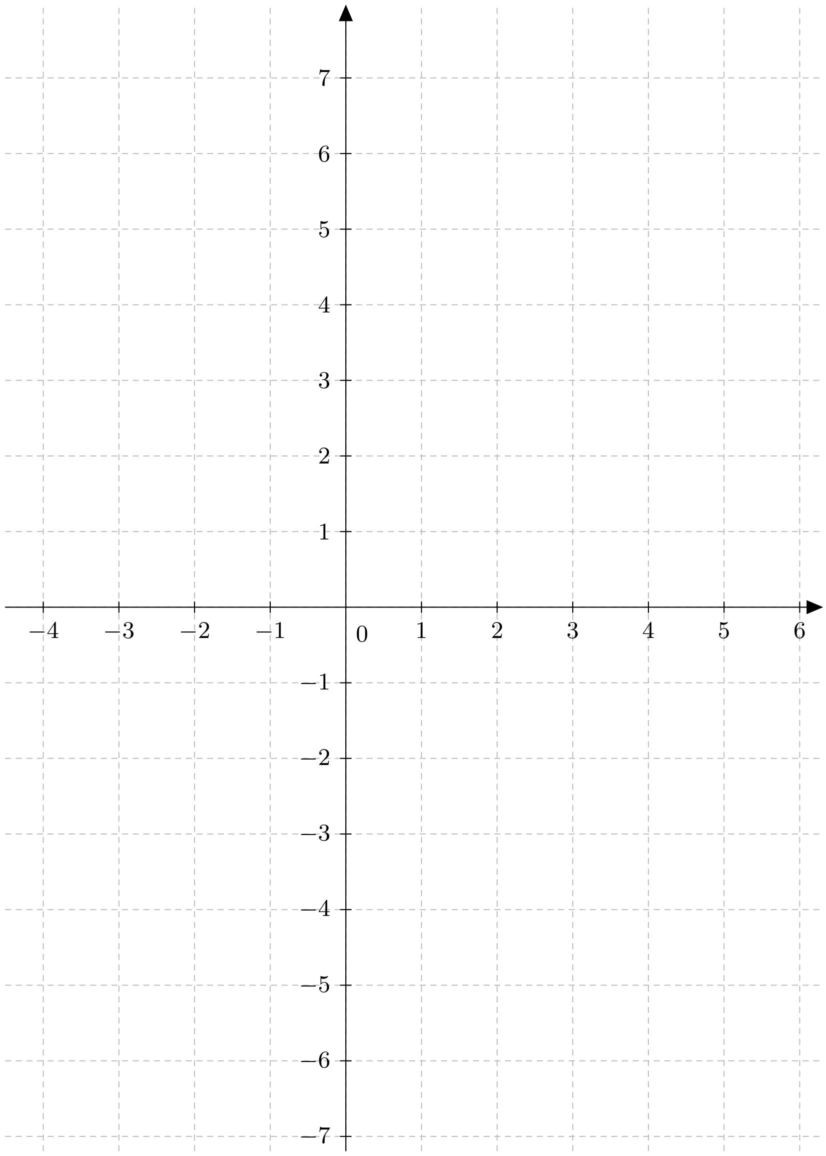
b) Man untersuche die Funktion auf Injektivität.

c) Man untersuche die Funktion auf Surjektivität.

Schmierpapier

Reinschrift

a)



Reinschrift

Aufgabe 2 *zum Thema Gruppen*

Sei $M := \{1, 2, 3\}$ eine dreielementige Menge. Sei $\mathcal{F} := \{f \mid f : M \to M, f \textit{ ist nicht bijektiv}\}$.

a) Man gebe eine Funktion $f \in \mathcal{F}$ an.

b) Sei wie üblich $\circ$ die Nacheinanderausführung von Funktionen. Man bestimme eine Funktion $g \in \mathcal{F}$ mit $g \circ g = g$.

c) Man gebe zwei verschiedene Funktionen $e, h \in \mathcal{F}$ an und fülle die folgende Verknüpfungstabelle so aus, dass das Paar $(\{e, h\}, \circ)$ eine Gruppe ist. Es muss nicht bewiesen werden, dass die Gruppenaxiome erfüllt sind. Die Einträge in der Tabelle müssen aber nachgewiesen werden.

$\circ$	e	h
e		
h		

Schmierpapier

Reinschrift

Aufgabe 3 *zum Thema Induktion*

Man beweise: Für jede natürliche Zahl n gilt:

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \ldots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$$

Schmierpapier

Reinschrift

Aufgabe 4 *zum Thema Konvergenz*

Man zeige, dass die Folge $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}_{>1}} = \left\{\dfrac{n^2-1}{n^4-1}\right\}_{n\in\mathbb{N}_{>1}}$ konvergiert.

Schmierpapier

Reinschrift

Schmierpapier

Schmierpapier