ÜBUNG 6

AUFGABE 1
Welche der folgenden Aussagen impliziert, dass die Aussage „Anton und Bert besuchen ein Konzert, wenn sie beide zusammen essen gehen.“ wahr wird?

a) Anton geht essen.

b) Anton geht nicht essen.

c) Bert geht nicht essen.

d) Bert geht nicht ins Konzert.

e) Bert geht ins Konzert.

f) Anton oder Bert gehen nicht ins Konzert.

g) Anton und Bert essen zusammen.

h) Weder Anton noch Bert gehen ins Konzert.

AUFGABE 2
Welche der folgenden Aussagen sind wahr, welche falsch? Man gebe als Begründung jeweils konkrete natürliche Zahlen an, bei einer falschen Aussage gebe man entsprechend für die Negation der Aussage konkrete Zahlen an.

a) $\exists m \in \mathbb{N}\ \exists n \in \mathbb{N} : m < n$

b) $\exists m \in \mathbb{N}\ \forall n \in \mathbb{N} : m < n$

c) $\forall m \in \mathbb{N}\ \exists n \in \mathbb{N} : m < n$

d) $\forall m \in \mathbb{N}\ \forall n \in \mathbb{N} : m < n$

e) $\exists n \in \mathbb{N}\ \forall m \in \mathbb{N} : m < n$

f) $\forall n \in \mathbb{N}\ \exists m \in \mathbb{N} : m < n$

AUFGABE 3
Man formalisiere die folgenden Aussagen und beweise sie:

a) Für alle ungeraden ganzen Zahlen x ist $9x + 5$ gerade.

b) Sei x eine gerade ganze Zahl. Dann ist $5x - 3$ eine ungerade Zahl.

c) Wenn x und y ungerade ganze Zahlen sind, dann ist $xb+by$ für alle ganzen Zahlen b gerade.

d) Für alle ganzen Zahlen z gilt: Wenn $1 - z^2 > 0$ ist, dann ist $3z - 2$ eine gerade ganze Zahl.

AUFGABE 4
Man formalisiere die folgenden Aussagen und beweise sie durch Kontraposition:

a) Für alle geraden ganzen Zahlen $7z + 5$ ist z eine ungerade ganze Zahl.

b) Für alle ganzen Zahlen z gilt: Wenn die ganze Zahl $7z + 4$ gerade ist, dann ist die ganze Zahl $3z - 11$ eine ungerade ganze Zahl.

c) Für alle $n \in \{2, 3, 4\}$ ist $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$ eine gerade ganze Zahl, wenn auch $\frac{n^2(n-1)^2}{4}$ eine gerade ganze Zahl ist.

AUFGABE 5
Seien A, B, C Mengen. Man gebe eine möglichst einfache Bedingung an, die zu

$$A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus (A \cup C)$$

gleichwertig ist.

********************************Diproche*************************************

Zunächst geben wir drei Beispiele einer Bearbeitung mit Diproche, welche syntaktische Varianten Diproche beim Schreiben math. Texte *verdauen* kann. Geben Sie zur Übung genau diese Texte in Diproche ein, und freuen Sie sich über die Rückmeldung!
Probieren Sie anschließend ruhig, durch kleine Änderungen (im Text, Einfügen von Leerzeilen oder Absätzen, etc.) das digitale System zu testen.

Beh.: Es sei x eine ganze Zahl. Zeige: Wenn x ungerade ist, dann ist 9*x+5 gerade.

```
Beweis: Angenommen, x ist ungerade. Es sei k eine ganze Zahl mit x=2*k-1. Dann ist
9*x+5=9*(2*k-1)+5=2*(9*k-2). Also ist 9*x+5 gerade. qed.
```

```
Beweis: Es sei x ungerade. Dann existiert eine ganze Zahl k mit x=2*k-1.
Waehle eine ganze Zahl k mit x=2*k-1. Damit haben wir 9*x+5=9*(2*k-1)+5=2*(9*k-2).
Also ist 9*x+5 gerade. qed.
```

```
Beweis: Es sei x eine ungerade Zahl. Dann gibt es eine ganze Zahl k mit x=2*k-1.
Waehle eine ganze Zahl k mit x=2*k-1. Damit haben wir 9*x+5=9*(2*k-1)+5=2*(9*k-2).
Also ist 9*x+5 gerade. qed.
```

AUFGABE 1 [Diproche]
In dieser Aufgabe sollen Beweisaufgaben in Diproche formuliert und anschließend evaluiert werden.

a) `https://eufmath.uni-flensburg.de/problem/ent81ai`

b) `https://eufmath.uni-flensburg.de/problem/ent81bi`

Die nächsten beiden Aufgaben sollten durch Kontraposition bewiesen werden.

c) `https://eufmath.uni-flensburg.de/problem/ent81ci`

d) `https://eufmath.uni-flensburg.de/problem/ent81di`