

ÜBUNG 4

AUFGABE 1

Seien A, B Aussagenvariablen und sei $*$ ein „neuer“ Junktor, der folgendermaßen durch die bereits bekannten Junktoren definiert wird:

$$A * B \text{ ist logisch gleichwertig zu } \neg A \wedge \neg B, \text{ also } A * B :\Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$$

Man drücke nun die bekannten Junktoren $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$ allein mit Hilfe des Junktors $*$ aus.

AUFGABE 2

Man gebe einen möglichst einfachen aussagenlogischen Ausdruck an, der zu dem Ausdruck

$$\text{a) } ((A \Leftrightarrow B) \vee \neg B) \Rightarrow ((C \wedge (C \Leftrightarrow (C \vee \neg B))) \Rightarrow (B \wedge A))$$

$$\text{b) } ((A \vee B) \Rightarrow \neg(B \wedge (B \Leftrightarrow C))) \Rightarrow \neg((B \Rightarrow D) \Rightarrow \neg B)$$

logisch gleichwertig ist.

AUFGABE 3

Für welche natürlichen Zahlen n gilt die Aussage:

$$\text{Zu jedem } x \in \mathbb{N} \text{ gibt es ein } y \in \mathbb{N} \text{ mit } x \text{ teilt } n + y ?$$

AUFGABE 4

Man bestimme alle natürlichen Zahlen n , für die die Aussage

$$\text{a) } \exists x \in \mathbb{N} : n + x \in 2\mathbb{N} \Rightarrow n < 2x$$

$$\text{b) } \forall x \in \mathbb{N} : n + x \in 2\mathbb{N} \Rightarrow n < 2x$$

wahr wird.

Hinweis. $2\mathbb{N}$ ist die Menge aller geraden natürlichen Zahlen, also $2\mathbb{N} = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} = \{g \mid g \in \mathbb{N}, 2|g\}$

AUFGABE 5

Seien $Q_1, Q_2, Q_3 \in \{\forall, \exists\}$.

Gibt es eine nichtleere Teilmenge T der natürlichen Zahlen (also $T \subseteq \mathbb{N}$) mit der Eigenschaft

$$Q_1 n \in \mathbb{N} \quad Q_2 s \in T \quad Q_3 t \in T : n + s \leq s \cdot t ?$$

(Hinter der Frage verbergen sich 8 Fragen.)

Es folgen nun zwei Diprocche Aufgaben, die wir ein Stück weit Montag in der Vorlesung tw. besprechen wollen. Es finden sich jetzt schon einige Hinweise zur Verwendung von Diprocche, weitere auch unter <https://eufmath.uni-flensburg.de/mathediktate.html>

Sie können auch die jeweiligen Formalisierungskurse zur Logik und Mengenlehre im Vorfeld durcharbeiten, siehe <https://eufmath.uni-flensburg.de/FormalisierungskursAussagenlogik.html> und <https://eufmath.uni-flensburg.de/FormalisierungskursMengenlehre.html>.

DIPROCHE 1

- a) <https://eufmath.uni-flensburg.de/mathdictationsproplogic/mdp1>
- b) <https://eufmath.uni-flensburg.de/mathdictationsproplogic/mdp2>
- c) <https://eufmath.uni-flensburg.de/mathdictationsproplogic/mdp3>
- d) <https://eufmath.uni-flensburg.de/mathdictationsproplogic/mdp4>
- e) <https://eufmath.uni-flensburg.de/mathdictationsproplogic/mdp5>

In der folgenden Aufgabe geht es darum, den Gebrauch der mengentheoretischen Symbole zu erlernen. Dazu sollen einige natürlichsprachliche Sätze in die Sprache der Mengenlehre übersetzt werden. Dabei können verwendet werden \cup für die Vereinigung, \cap für den Schnitt, \subset für 'ist eine Teilmenge von', \supset für 'ist eine Obermenge von', \emptyset für die leere Menge, $=$ für die Gleichheit von Mengen und \sim für die Negation.

So könnte etwa, wenn R die Menge der rosafarbenen Objekte ist und E die Menge der Einhörner, die Aussage 'Es gibt rosa Einhörner' geschrieben werden als $\sim (R \cap E) = \emptyset$.

Achten Sie auf eine korrekte Klammerung Ihrer Eingabe: werden zwei Mengen A und B durch einen mengentheoretischen Operator verknüpft, so sind stets Klammern erforderlich, also z.B. $(A \cup B)$ bzw. $(A \cap B)$ statt $A \cup B$ oder $A \cap B$.

Hier noch ein ausführlicherer Anleitungstext.

Verfügbar sind folgende Zeichen:

–Gleichheit '='. Die Gleichheit zweier Mengen A , B wird geschrieben als $A = B$.

–Negation \sim . Will man etwa ausdrücken, dass A und B verschiedene Mengen sind, schreibt man $\sim A = B$. (Tilde, auf den meisten Tastaturen links neben der Enter-Taste zu finden, mit 'AltGr' und dieser Taste erhält man eine Tilde, bei mac ist es 'option N'). ACHTUNG: Negationen werden NICHT geklammert! Es heißt also etwa $\sim a$, nicht $(\sim a)$.

–Vereinigung '∪'. Die Vereinigung der Menge A und B schreiben wir als $(A \cup B)$.

–Schnitt '∩'. Die Schnittmenge der Menge A und B schreiben wir als $(A \cap B)$.

–Das relative Komplement. Die Menge aller Elemente der Menge A , die nicht in der Menge B enthalten sind, schreiben wir als A/B . [Der Schrägstrich ist dabei gegenüber der üblichen Symbolik gekippt. Das hat technische Gründe und wird in späteren Programmversionen korrigiert.]

–Die leere Menge \emptyset .

–Das Teilmengensymbol \subset : Um auszudrücken, dass A eine Teilmenge von B ist, schreiben wir $A \subset B$.

–Das Obermengensymbol \supset : Um auszudrücken, dass A eine Obermenge von B ist (also B eine Teilmenge von A), schreiben wir $A \supset B$.

Achten Sie darauf, dass in Formeln keine Leerzeichen verwendet werden dürfen.

DIPROCHE 2

- a) <https://eufmath.uni-flensburg.de/mathdictationset/mds1>
- b) <https://eufmath.uni-flensburg.de/mathdictationset/mds2>
- c) <https://eufmath.uni-flensburg.de/mathdictationset/mds3>
- d) <https://eufmath.uni-flensburg.de/mathdictationset/mds4>
- e) <https://eufmath.uni-flensburg.de/mathdictationset/mds5>