

ÜBUNG 3

Abgabe der Bearbeitungen bis Freitag, den 6. Oktober bis 10 Uhr

AUFGABE 1

Man gebe einen logisch gleichwertigen (oder äquivalenten) Ausdruck zur Disjunktion $A \vee B$ an, in dem nur der Junktor \Rightarrow auftritt.

AUFGABE 2

Seien A, B, C Aussagen. Wir kennen bereits das Distributivgesetz

$$((A \wedge B) \vee C) \Leftrightarrow ((A \vee C) \wedge (B \vee C)).$$

Welche der Junktoren $\vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$ sind unter \vee distributiv, d. h. („d. h.“ das heißt „das heißt“) welche dieser Junktoren machen, für $*$ eingesetzt, die Aussage

$$((A * B) \vee C) \Leftrightarrow ((A \vee C) * (B \vee C))$$

zu einer Tautologie?

AUFGABE 3

Man gebe einen aussagenlogischen Ausdruck in den Variablen A, B, C an, in dem nur die Junktoren \neg und \Rightarrow auftreten, und der genau dann den Wahrheitswert WAHR hat, wenn die Variablen alle den gleichen Wahrheitswert haben.

AUFGABE 4

Seien A, B Aussagen und sei $G(A, B)$ ein aussagenlogischer Ausdruck (manchmal sagt man dazu auch eine aussagenlogische Formel) in den beiden Variablen A, B . Es sei $G(A, B)$ selbst keine Tautologie, dafür aber die beiden Formeln

$$A \Rightarrow G(A, B) \text{ und } B \Rightarrow G(A, B).$$

Man zeige, dass dann $G(A, B)$ logisch gleichwertig zu $A \vee B$ ist, also

$$G(A, B) \Leftrightarrow A \vee B$$

AUFGABE 5

Seien A, B Aussagen und die folgenden 6 „Formeln“ gegeben

- | | | |
|----------------|----------------------|----------------------|
| 1. <i>Wahr</i> | 3. B | 5. $B \Rightarrow A$ |
| 2. A | 4. $A \Rightarrow B$ | 6. $A \vee B$ |

Man zeige: Sind X, Y irgendwelche von diesen 6 Formeln, so ist

$$X \Rightarrow Y$$

logisch äquivalent zu einer dieser 6 Formeln.

Beispiel: Wählt man $X = \text{Wahr}$ und $Y = A \vee B$ so lautet die daraus gebildete Formel

$$\text{Wahr} \Rightarrow (A \vee B),$$

welche offenbar äquivalent zu $A \vee B$ ist.

Wir freuen uns sehr, Ihnen in den nächsten Übungsblättern das Programm *Diproche* vorstellen zu können. Das Programm wird kontinuierlich weiterentwickelt, und natürlich sind wir dabei auf Ihre Rückmeldungen gespannt. Die folgenden Diproche Aufgaben dienen zur Festigung, Vertiefung und Ergänzung des bisherigen Themengebietes Aussagenlogik, aber auch bei den folgenden Themenfeldern (z.B. „das Beweisen“) wird Diproche uns [damit ist nicht das Arzt-UNS nach dem Motto „Wie geht es uns?“ gemeint] eine wertvolle Hilfe sein. Die Diproche Aufgaben brauchen Sie nicht schriftlich abzugeben. Durch die sofortigen Rückmeldungen zu Ihren Eingaben erhalten Sie vom System eine oft passgenaue Bewertung Ihrer Vorschläge.

Bei der Eingabe gibt es in Diproche – wie schon gezeigt – eine gegenüber der Vorlesung leicht veränderte Symbolik, und zwar statt \wedge gebe man das Zeichen $\&$ ein, statt \vee das Zeichen v , statt \Rightarrow die Zeichen $->$, statt \Leftrightarrow die Zeichen $<->$, statt \neg das Zeichen \sim . Denken Sie daran, Teilausdrücke einzuklammern, z.B. statt $A \vee \sim B \rightarrow C$ schreibe man $(A \vee \sim B) \rightarrow C$. Außerdem dürfen eingegebene Ausdrücke keine **L e e r z e i c h e n** enthalten. Probieren Sie ruhig einige Varianten aus (es gibt natürlich viele korrekte Lösungen), nun wünschen wir Ihnen viel Freude!

AUFGABE

In dieser Aufgabe geht es um das korrekte Übersetzen einer sprachlichen Aussage in eine rein syntaktische auf Junktoren basierte Aussage. Vorweg ein inkorrektes Beispiel:

Mathediktat Aussagenlogik mdp3

Es bezeichne S die Aussage "Peter geht an den Strand", M die Aussage "Peter trägt einen Mantel" und H die Aussage "Peter hat einen Hut auf". Druecke die Aussage "Geht Peter an den Strand, so hat er einen Mantel an, aber keinen Hut auf" in der Sprache der Aussagenlogik aus.

Leider nicht. Die eingegebene Loesung funktioniert z.B. dann nicht, wenn

S falsch ist

M wahr ist

H wahr ist

Versuch es noch einmal!

a) <https://eufmath.uni-flensburg.de/mathdictationsproplogic/mdp3>

- b) <https://eufmath.uni-flensburg.de/mathdictationsproplogic/mdp4>
- c) <https://eufmath.uni-flensburg.de/mathdictationsproplogic/mdp5>
- d) <https://eufmath.uni-flensburg.de/mathdictationsproplogic/mdp6>
- e) <https://eufmath.uni-flensburg.de/mathdictationsproplogic/mdp7>
- f) <https://eufmath.uni-flensburg.de/mathdictationsproplogic/mdp8>
- g) <https://eufmath.uni-flensburg.de/mathdictationsproplogic/mdp9>
- h) <https://eufmath.uni-flensburg.de/mathdictationsproplogic/mdp10>
- i) <https://eufmath.uni-flensburg.de/mathdictationsproplogic/mdp11>

AUFGABE (nicht schriftlich)

Nach einem Diebstahl gibt es drei Verdächtige, Anton, Bert und Cedric, von denen zumindest einer der Dieb ist. Nachdem sie und die Zeugen getrennt befragt wurden, kennt die Polizei die folgenden Fakten.

- i) Wenn Anton der Dieb ist, dann müssen Bert oder Cedric ebenfalls Diebe sein.
- ii) Wenn Bert der Dieb ist, dann ist Anton unschuldig.
- iii) Wenn Cedric der Dieb ist, dann ist auch Bert der Dieb.

Lässt sich damit herausfinden, wer von den dreien schuldig bzw. unschuldig ist?