

ÜBUNG 2

Eine **Aussage** ist ein „sinnvolles“ sprachliches Gebilde (ein Satz) oder eine sinnvolle Zeichenkette, die eindeutig entweder WAHR oder FALSCH ist. Grob gesagt ist ein Satz dann sinnvoll, wenn er zusätzlich zu den grammatischen Regeln auch noch den sogenannten Kontextregeln genügt. Das sind solche Regeln, die sagen, welche Wörter zusammenpassen, bzw. nicht zusammenpassen. Aussagen bezeichnen wir mit großen lateinischen Buchstaben, meistens $A, B, C, \dots, P, Q, R, \dots$

Seien A und B Aussagen. Wir definieren die **Junktoren** wie folgt:

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$	$A \Leftrightarrow B$
W	W	F	W	W	W	W
W	F	F	F	W	F	F
F	W	W	F	W	W	F
F	F	W	F	F	W	W

AUFGABE 1

Man gebe an, welche der folgenden Ausdrücke nach obiger Definition Aussagen sind.

- | | |
|---|---|
| <p>a) Addiere die Zahlen 3 und 4.</p> <p>b) 123456789 ist eine Primzahl.</p> <p>c) $3 \geq 3$.</p> <p>d) Auf dem grünen Tisch liegt ein Heft.</p> <p>e) Heute so, morgen so.</p> <p>f) 4 ist eine Quadratzahl.</p> <p>g) $x^2 - 4 = 0$.</p> | <p>h) $2n$ ist immer eine gerade Zahl.</p> <p>i) Ist $5 \cdot 6 = 30$?</p> <p>j) Es ist $8 \cdot 9 = 71$.</p> <p>k) Die Zahl 0 ist eine gerade Zahl.</p> <p>l) $6 \mid \frac{ggT(148140, 24) \cdot 37}{2}$.</p> |
|---|---|

AUFGABE 2

Sei z eine ganze Zahl¹. Wir betrachten eine Aussage A in Abhängigkeit dieser Variablen z , nämlich

$$A(z) : 4z - 3 \geq -(z + \pi).$$

- | | |
|--|--|
| <p>a) Man bestimme diejenigen ganzen Zahlen z, für die $A(z)$</p> <p style="margin-left: 20px;">i) WAHR</p> <p style="margin-left: 20px;">ii) FALSCH wird.</p> | <p>b) Man gebe eine „ähnliche Aussage“ $B(z)$ an, die stets</p> <p style="margin-left: 20px;">i) WAHR</p> <p style="margin-left: 20px;">ii) FALSCH ist.</p> |
|--|--|

¹also irgendeine Zahl aus $\dots - 4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$

AUFGABE 3

a) Gegeben seien zwei Aussagen:

P : 7 ist ungerade

Q : 81 ist eine Primzahl

Man formuliere folgende Aussagen in Worten und überprüfe den Wahrheitswert:

i) $P \vee Q$

iv) $\neg P \vee \neg Q$

ii) $P \wedge Q$

v) $P \Rightarrow Q$

iii) $\neg P \wedge Q$

vi) $P \Rightarrow \neg Q$

b) Man wiederhole Teil a) mit den Aussagen

P : $\sqrt{3}$ ist eine rationale Zahl

Q : $\frac{3}{2}$ ist eine rationale Zahl

AUFGABE 4

Die Schülerinnen Anna, Berta und Cecil fragen den klugen Mathematik-Lehrer, wer von ihnen die Schönste sei. Sie machen dabei folgende Aussagen:

- Anna: „Ich bin die Schönste“
- Berta: „Anna ist nicht die Schönste“
- Cecil: „Ich bin die Schönste“
- Anna: „Cecil ist nicht die Schönste“
- Berta: „Ich bin die Schönste“

Selbstverständlich sagt nur die tatsächlich Schönste die Wahrheit, die anderen beiden nicht. Kann die Lehrkraft aus den Aussagen den Namen der Schönsten eindeutig ermitteln?

AUFGABE 5

Viele kennen die Geschichte von Alice im Wunderland. Im Wald des Vergessens trifft sie den Löwen und das Einhorn. Beide haben eine merkwürdige Eigenschaft:

Der Löwe lügt montags, dienstags und mittwochs und spricht an den anderen Tagen die Wahrheit. Das Einhorn lügt donnerstags, freitags und samstags und sagt an den anderen Tagen die Wahrheit. Als Alice nach dem Wochentag fragt, bekommt sie folgende Antworten:

Löwe: „Gestern war einer meiner Lügentage.“

Einhorn: „Auch bei mir war gestern ein Lügentag.“

An welchem Tag hat Alice die beiden gefragt?

