Inhalt

Vorwort

Die vier Autor:innen des Buches bringen sehr verschiedene akademische und berufliche Hintergründe aus Psychologie, Pädagogik, Coaching und Lerncoaching, Mathematik, Mathematikdidaktik sowie Hochschuldidaktik ein. Gemeinsam ist ihnen dabei eine intensive und teils jahrelange praktische und theoretische Auseinandersetzung mit dem Thema *Studierende mit Problemen in Mathematik beraten*. Auch teilen sie eine starke Affinität zur personzentrierten Beratungspsychologie nach Carl Rogers.

Diese Unterschiede und Gemeinsamkeiten haben die Autor:innen während der gemeinsamen Arbeit am Buchprojekt als sehr bereichernd, aber durchaus auch als herausfordernd erlebt: In ersten Gesprächen wurde schnell deutlich, dass die Perspektiven auf Mathematik, das Mathematiklernen und die Frage „Wer hat Schuld an den teilweise massiven Schwierigkeiten der Studierenden und den daraus resultierenden hohen Abbrecherquoten in Mathematik oder mathematik-affinen Fächern?“ kaum verschiedener sein konnten. So war die Arbeit an dem gemeinsamen Buch durch ein fortwährendes Ringen um gegenseitiges Verständnis geprägt.

Nun hoffen wir, dass wir mit unseren Texten für alle Leser:innen dieser unterschiedlichen akademischen Herkünfte nicht nur verständlich bleiben, sondern ihnen auch die eine oder andere Anregung für ihre Beratungsgespräche – vielleicht sogar über die bisherigen disziplinären Grenzen hinaus – anbieten können.

Für die Gelegenheit, unsere mehr-perspektivischen Aushandlungen als Buch veröffentlichen zu können danken wir dem Verlag, der auch die Möglichkeit geschaffen hat, zusätzlich zum Buch das Arbeitsmaterial für die Beratung als Online-Ressource zu Verfügung zu stellen.

Ohne die berufliche Einbettung, die uns ex- oder implizit Freiraum ließ und lässt, um uns (auch) mit der Beratung von Studierenden im Fach Mathematik beschäftigen zu können, wäre unsere Erfahrung nicht gewachsen. Besonders hervorheben möchten wir daher

- das Projekt „Hereinspaziert! – forschend lernen an der HTWG“ der HTWG Konstanz, gefördert im Rahmen der Förderlinie „Willkommen in der Wissenschaft“ des MWK Baden-Württemberg (2012-2015),
- das Institut für Mathematik der Universität zu Lübeck,

- das Dozierenden-Service-Center-Projekt des Bundesministeriums für Bildung und Forschung an der Universität zu Lübeck,
- das CURRICULUM-Institut Lernen & Beratung in Hamburg und
- das Projekt „Voneinander Lernen lernen“ der Hochschule Osnabrück, gefördert im Rahmen des Qualitätspakt Lehre (2012-2020).

Wir bedanken uns auch bei allen Kolleg:innen, die sich im Verlauf der Entwicklung für die Beratungskartei interessiert haben und mit produktiven Diskussionen an deren Weiterentwicklung mithalfen.

Ein großer Dank geht auch an Steffen Kötter und Michael Link, für unermüdliches Gegenlesen und die vielen guten Anregungen zu unserem Text. Mit Kevin Schober, Sabine Skaberna und Christian Wülker haben wir viele fruchtbare Diskussionen zum Mathematischen Problemlösen führen können – auch ihnen sei an dieser Stelle herzlich gedankt. Für das umsichtige Mitdenken und die vielfältige Unterstützung geht ein herzlicher Dank auch an Carmen Schmalfeld.

Nicht zuletzt bedanken wir uns bei den vielen Studierenden, die sich im Rahmen ihrer Lernberatungsgespräche bereitwillig auf die Arbeits-Versionen der Karten eingelassen haben. Ihre konstruktive Kritik hat maßgeblich zur Weiterentwicklung der Kartei beigetragen.

Unsere eigene Entwicklung endet nicht mit der Veröffentlichung dieses Buches. Jede:r von uns bringt Expertise und Kompetenz in der Mathematik-Beratung mit, jede:r entdeckt aber immer wieder Details, mit denen er oder sie sich weiterentwickeln kann. Insbesondere, wenn es darum geht, sich auf andere Fachkulturen einzulassen und zuzuhören, sind wir immer wieder aufs Neue herausgefordert. Daher sind wir unterwegs und bieten Beratungsfortbildungen zur Mathematik-Lernberatung an Hochschulen und Universitäten an. Näheres dazu finden Sie unter: **www.beraten-in-mathematik.de**. Wer weiß, vielleicht sehen wir uns bald.

Ihre Autor:innen

# 1. Einleitung

Mathematik ist ein besonderes Fach. Es zu lernen oder lernen zu müssen ist mit vielen Vorurteilen und Emotionen behaftet, wobei diese bei vielen Menschen negativ sind. Gleichzeitig ist Mathematik ästhetisch und klar, wenn man sie verstanden hat und kann mit Stolz erfüllen. Manchmal haben Menschen Schwierigkeiten mit Mathematik und dann hilft ihnen im besten Fall eine Beratung von einer Fachperson. Im schlechtesten Fall erleben sie eine Belehrung, die ihr persönliches Anliegen nur oberflächlich berührt und nicht hilfreich für sie ist. Wie immer, wenn es ums Lernen geht, sind die Schwierigkeiten mit Mathematik individuell und betreffen über das rein fachliche Können und Wissen hinaus auch, zum Beispiel, den Umgang mit den genannten Emotionen.

Dieses Buch wendet sich an verschiedene Zielgruppen. Dazu gehören zum einen Personen, die mit Studierenden als Lern- oder Studienberater:innen arbeiten. Diese Studierenden wollen oder müssen im Rahmen ihres Studienganges Mathematik lernen. Zum anderen wendet sich das Buch an Mathematik-Lehrende, welche zwangsläufig auch mit Beratung zu tun haben sei es in Sprechstunden oder in Tür-und-Angel-Gesprächen etwa nach einer Vorlesung.

Das Buch gibt Einblick in die jeweils „andere“ Seite des Beratungsspektrums: Methoden und Wissen für die überfachliche Beratung für Mathematik-Lehrende sowie mathematisch relevantes Wissen für Lern- und Studienberater:innen. Dies ist als praktische Anleitung zur Umsetzung der Themen gestaltet, in Form von Karten, die in Beratungsgesprächen eingesetzt werden können. Diese konkreten Handreichungen können dabei helfen, aus ein paar gutgemeinten Ratschlägen eine hilfreiche Beratung werden zu lassen, die Studierende in ihrer Individualität ernst nimmt.

Die Erfassung und Strukturierung relevanter Themen in mathematischen Beratungsgesprächen bildet das Herzstück des Buches. Das Material wurde erarbeitet, um im Beratungs- oder Sprechstundengespräch eingesetzt zu werden: Unter anderem zur Klärung und Fokussierung der studentischen Anliegen, zur Wegbegleitung während des Beratungsgesprächs und zum Aufzeigen von Lösungsmöglichkeiten.

Die Materialien für die Beratungen werden als *Beratungskartei* und *Karten* bezeichnet, weil es die ursprüngliche Idee war, die diesem Buch zugrunde liegt, einen Karteikasten zu erstellen. In diesem finden, so die Vorstellung, Beratende alle Materialien, die sie im Verlauf von

Beratungsgesprächen auf den Tisch bringen können und die kurzgefasste und handhabbare Informationen beinhalten. Auf der Rückseite finden die Beratenden dann weitergehende Informationen für sich, die sie in der Gesprächsvorbereitung nutzen können.

Übersetzt in dieses Buch heißt das: Die Karte liegt im Buch als kleinere Abbildung der „Vorderseite“ vor, mit ausführlichen Handhabungshinweisen im dazugehörigen Kapitel. Parallel kann die komplette Beratungskartei als pdf-Dokument in Form einer Online Ressource heruntergeladen werden. Auf jeder Seite ist dort die im Buch abgebildete kleine Karte auf DIN A4 zum Ausdrucken verfügbar.

Auf das über den Dialog von der Studierenden bzw. von dem Studierenden bestimmte Thema, welches in Form einer Karte vor der oder dem Beratenden liegt, kann im Beratungsprozess immer wieder Bezug genommen werden. Man muss, insbesondere wenn Beratung nicht zum Schwerpunkt der eigenen Tätigkeit gehört, nicht alle Fragen, Impulse oder Hinweise im Kopf haben und bemerkt eher, wenn man selbst oder die Studierenden im Gespräch vom vereinbarten Thema abschweifen.

Vor der Nutzung der Karte steht jedoch die Auseinandersetzung mit dem grundlegenden Thema Beratung. Die Gründe für die Entscheidung für die Personzentrierte Beratung als Basiskonzept werden im **Kapitel 2** dargelegt.

Für das Gelingen des Gesprächs und eine gute Arbeitsatmosphäre auf beiden Seiten ist es wichtig, Beratungen nicht „zwischen Tür und Angel“ stattfinden zu lassen, besonders, wenn Studierende mit Fragen im Raum stehen, die persönlich oder inhaltlich grundlegend sind. Smalltalk oder reine Belehrung ist bei solchen Anliegen für beide Seiten unbefriedigend. Den Rahmen für ein ruhiges Gespräch, das auch gern nur 10 Minuten lang sein kann, zu schaffen, ist in der Regel möglich (siehe Kapitel 2.3 und 2.4). Dazu gehört vor allem, sich in eine Berater:innen-Rolle zu versetzen und die Konzentration auf die andere Person und ihre Probleme mit Mathematik zu legen. Insbesondere für Lehrpersonen ist dies in der Regel mit einem Rollenwechsel verbunden: Weg vom Erklären und hin zum Zuhören.

Um einen besseren Eindruck davon zu vermitteln, wie Beratungen konkret ablaufen können, werden im Buch immer wieder Gesprächsausschnitte oder Formulierungsbausteine vorgeschlagen. Sie sind fiktiv und soweit möglich im Idealzustand dargestellt. Sie können als

Anregung verstanden werden, die eigene Sprachpraxis in der Beratung zu überdenken oder zu präzisieren. Die Haltung und Rolle der Berater:innen vermitteln sich dem Gegenüber im Wesentlichen durch Sprache. Eine bewusste Wortwahl kann dabei unterstützen, sich z. B. in die Rolle des oder der Zuhörenden einzufinden.

Die Schnittstelle zwischen Mathematik und Beratung hat sich in jahrelanger Kooperation der Autor:innen ergeben. Die Erfahrungen in der Arbeit mit Studierenden und die jeweiligen fachlichen Hintergründe gaben Anlass, ein Vier-Ebenen-Modell für die Beratung in Mathematik zu entwickeln, welches in **Kapitel 3** vorgestellt wird. Studierende in Mathematik haben oft weder nur Prüfungsangst noch nur Probleme beim Gauß-Algorithmus. Sie sind Menschen und mühen sich mit dem Fach. Mathematik hat Fachspezifika, die sich auf organisatorische und emotional-motivationale Aspekte des Lernens auswirken und andersherum. Das Modell soll die Leser:innen befähigen, Beratung in fachbezogener und überfachlicher Hinsicht als ein Ganzes in den Blick zu nehmen und sich ein Stück weit über den eigenen Horizont hinauszuwagen, z. B. sich als Berater:in auf fachliche Fragen einzulassen und als Mathermatiker:in Aspekte wie Zeitmanagement, Prüfungsangst oder Motivation bewusst zu berücksichtigen.

Am Beispiel des Themengebietes *Emotion und Motivation*: Wie kann ich, als Mathematik-Lehrende:r, die Angst eines bzw. einer Studierenden vor der Mathematikprüfung auffangen? Wie kann ich mit Studierenden über ihre möglicherweise sich selbst blockierenden Einstellungen zur Mathematik überhaupt ins Gespräch kommen? Selbstverständlich kann es nicht darum gehen, schwere Fälle von Prüfungsangst zu behandeln. Wohl aber darum, grundsätzliche Lösungsansätze aufzeigen und thematisieren zu können und dabei auch die eigenen Kompetenzgrenzen zu kennen und die Studierenden ggf. auf Expertenangebote hinweisen und delegieren zu können.

Am Beispiel des Themengebietes *Erarbeiten und Verstehen*: Als Studien- oder Lernberater:in ohne vertiefte Mathematikkenntnisse stellt sich die Frage nach dem Ansatzpunkt für vage Schwierigkeiten, die Studierende im Zusammenhang mit Mathematik berichten. Wenn diese offensichtlich strukturiert lernen und auch kein Motivationsproblem vorliegt, dann kann ein zu oberflächliches Verständnis Grund für mangelnden Erfolg in Mathematik sein. In diesem Fall unterstützen die Karten z. B. wenn es darum geht, sich ein Verständnis für Aufgaben zu erarbeiten.

In **Kapitel 4** werden Fallbeispiele vorgestellt, die aus der Beratungspraxis entlehnt sind. Anhand dieser wird noch einmal praktisch aufgezeigt, welche Karten bzw. Themen von den Studierenden für die Beratung gewählt wurden und welche überraschenden Wendungen sich in Beratungen ggf. ergeben können.

Um Wege in das Gespräch aufzuzeigen, stehen in **Kapitel 5** alle Karten bereit. Wer sich vertraut mit einer Karte fühlt, kann sie frei nach seinen Bedürfnissen einsetzen. Damit bei Bedarf die Möglichkeit besteht, sich in unbekanntes Terrain vorarbeiten zu können, wurden zu jeder Karte Erläuterungen zum Hintergrund hinzugefügt und Vorschläge zur Handhabung der Karte notiert. Dadurch, dass Flexibilität in Auswahl und Einsatz der Karten besteht, ergibt sich in der Nutzung eine Balance aus Struktur und Freiheit.

Zuletzt noch ein einschränkender Hinweis: Selbstverständlich passiert es Berater:innen immer wieder, dass sie an ihre eigenen Kompetenzgrenzen stoßen. Beste Beispiele sind ausgeprägte Prüfungsangst oder manifeste psychische Einschränkungen. In solchen Fällen ist es sinnvoll, sich an die jeweiligen Expert:innen in der Hochschule oder Universität zu wenden, bzw. die Studierenden zu bitten, sich an anderer, geeigneter Stelle Unterstützung zu suchen. Ebenso werden in Beratungsgesprächen fachliche Fragen auftauchen, die Nicht-Mathematiker:innen nicht sinnvoll bearbeiten können. In diesem Fall kann aber eine präzise Klärung und Eingrenzung der Frage stattfinden und z. B. ein Sprechstundengespräch mit dem oder der Fachexpert:in vorbereitet werden. Ein Verweis ist kein Zeichen von Schwäche oder Unwissen, sondern zeugt vielmehr von Professionalität und zeigt, wie ernst der Beratungsauftrag genommen wird.

Beratungsgespräche sind sehr persönliche Kontakte. Wer den Studierenden aufmerksam zuhört, wird viel lernen: Über die Mathematik, über die Probleme der aktuellen Generation, aber auch über sich selbst, die eigene Einstellung zum Fach und vielleicht sogar zum Leben. Genießen Sie den eigenen Lernprozess!

## 2. Beratung in Mathematik

Mit Blick auf Adressat:innen dieser Publikation und ihre jeweiligen Aufgaben ist das Begriffsfeld ausgedehnt: Sie führen vielleicht Sprechstundengespräche, machen Fachberatung oder Lernbegleitung in Mathematik, bieten Lernberatung, Lerncoaching oder Studierendencoaching an oder arbeiten in der Studienberatung. Sicher fehlen in dieser Auflistung noch Arbeitsfelder.

Um es ganz grundlegend zu fassen: Wenn in diesem Buch von *Beratung* gesprochen wird, dann soll damit ein Gespräch gemeint sein, das gewissen professionellen Rahmenbedingungen genügt und in dem die Beratenen, d.h. die Studierenden, eine aktive Rolle haben.

Es gibt zahlreiche etablierte, theoretisch wie auch wissenschaftlich fundierte Beratungsansätze. Für dieses Buch ist die *Personzentrierte Beratung* Grundlage. Die Gründe für diese Entscheidung und die wichtigsten Merkmale dieses Beratungsansatzes werden im Teilkapitel 2.2 vorgestellt. Dazu gehören die Ziele und Grundhaltungen sowie der konkrete Transfer auf die Arbeit mit den Karten in der Beratung von Mathematikstudierenden.

Vorher wird in Kapitel 2.1 auf einige grundlegende Herausforderungen eingegangen, die aus Sicht der Lernenden mit dem Fach und dem Studium der Mathematik verknüpft sind oder sein können: Was macht die Mathematik beim Lernen so besonders?

Darüber hinaus wird in Kapitel 2.3 ein möglicher Beratungsablauf vorgestellt, der Gespräche mit Studierenden strukturiert, sodass diese zielführend gestaltet werden können.

Und im Kapitel 2.4 werden Rahmenbedingungen von Beratung thematisiert, auch dies im Sinne eines professionellen, gelingenden und an dem Gedanken der „Hilfe zur Selbsthilfe“ orientierten Gesprächs mit Studierenden.

## 2.1 Grundlegende Herausforderungen im Fach Mathematik aus der Perspektive der Lernenden

Im Folgenden werden vier Herausforderungen in Bezug auf Mathematik beschrieben: Da ist einmal die wahrgenommene Abstraktion von Mathematik, wenn sie als Wissenschaft erfahren, und die Hürden der Praxis, wenn sie angewandt betrieben wird. Dazu kommt das Image des Fachs in Deutschland, das entweder glorifiziert oder abgewertet wird und welches man entweder beherrscht oder eben nicht. Zuletzt wird dies durch weitere Aspekte ergänzt und in die Perspektive der Lernenden übertragen.

### 2.1.1 Mathematik als Wissenschaft

„Mathematik ist ein besonderes Studienfach." „Mathematik ist ein Studienfach wie alle anderen." „Wer in Mathematik erfolgreich studiert, hat höhere Chancen, auch andere Fächer erfolgreich zu absolvieren." „Mathematiker:innen sind Exot:innen und haben keine handwerklichen Begabungen." „Der war so engagiert und jetzt muss er nur wegen Mathe sein Studium aufgeben! Das ist doch eine Schande!"

Es gibt verschiedene Haltungen zum Fach Mathematik. Fest steht, dass Mathematik eine besondere Herausforderung im Studium ist und zwar für alle Lernenden in Studiengängen, in denen zumindest Grundlagen in Mathematik vermittelt werden. Ein eindrückliches Zeugnis für die Bemühungen von Hochschulen, dieser Herausforderung auf Seite der Lehrenden zu begegnen, bietet beispielsweise der Sammelband von Hoppenbrock (2016).

Universitäre Mathematik ist streng axiomatisch aufgebaut. Das bedeutet, dass **Objekte,** also mathematische Gegenstände wie z. B. Funktionen, einer Reihe von Eigenschaften genügen, die als Grundlage dienen und nicht bewiesen werden. Diese Eigenschaften nennt man Axiomensystem. Ein **Axiomensystem** soll nur so viele Axiome wie nötig enthalten (Effizienz), es darf sich nicht innerlich widersprechen (Widerspruchsfreiheit) und zu den Objekten und Prozessen passen, für die es gemacht wurde (Validität) (vgl. Haftendorn 2010).

Aufbauend auf diesem Axiomensystem werden **Begriffe** entwickelt und in **Definitionen** exakt festgelegt. Strukturen zwischen Begriffen werden in sogenannten Sätzen erarbeitet. **Sätze** sind in der Regel in Wenn-Dann-Struktur angelegt und müssen (streng logisch) bewiesen werden, um der Wissenschaft zu genügen. Dadurch unterscheidet sich Mathematik von den empirischen Wissenschaften, die ihre Gesetze auf

Basis von Beobachtungen entwickeln und mit Daten absichern. Der allgemeine Beweis macht die Mathematik zu einer *sicheren* Wissenschaft (vgl. Heintz 2000). Dies kann auf die Wahrnehmung von Menschen wie ein Gebäude wirken, das faszinierend stark und ästhetisch ist, aber auch beängstigend streng zugleich.

### 2.1.2 Mathematik als angewandte Wissenschaft

Die mathematische Praxis – von Mathematiker:innen oft liebevoll oder hämisch als „Rechnen“ bezeichnet – sieht oftmals, auch an Universitäten und Hochschulen, anders aus. Methoden, die die Mathematik entwickelt hat, werden in den Naturwissenschaften, den Ingenieurwissenschaften und den Wirtschaftswissenschaften praktisch angewendet. Hier tritt die Grundlegung der Mathematik in ihrem axiomatischen Aufbau, der Strenge der Beweise, und der Strenge der Notation unterschiedlich weit in den Hintergrund. Es geht überwiegend darum, mathematische Verfahren kennenzulernen, einzuordnen und – vor allem – *nutzbar* zu machen.

Dieser ausschnitthafte Blick macht das Gebäude der Mathematik nicht unbedingt klarer oder einfacher, weil das Risiko besteht, dass die Übersicht und das Bewusstsein über die Grundstruktur der Mathematik verloren gehen. Je weniger davon sichtbar bleibt, desto undeutlicher wird der oder dem Wahrnehmenden, warum ein Verfahren „wahr“ ist und weshalb sie oder er dem Verfahren trauen sollte. Wenn die Mathematik im Studiengang angewandt betrieben wird, steigen meist die Ansprüche an die Rechenfertigkeit der Lernenden.

### 2.1.3 Mathematik in der Öffentlichkeit

Das Image von Mathematik ist in der deutschen Öffentlichkeit immer noch geprägt von zahlreichen Vorurteilen. Der Mathematikprofessor Albrecht Beutelspacher schreibt über die erste Begegnung mit einer „freundlichen jungen Dame“, wie ihn die Angst überkommt, als sie ihn nach einer Viertelstunde angeregter Konversation fragt: „… und was machen Sie beruflich?“ (Beutelspacher 2009b, V). Die Geschichte geht gut aus, sie ist aber auch ein Beispiel dafür, dass es in unserer Gesellschaft durchaus Menschen gibt, die Mathematik mögen und gut beherrschen, sich aber nicht dazu „bekennen“ mögen.

Viel häufiger trifft man auf Menschen, die öffentlich zugeben, dass sie Mathematik nicht mögen und nicht beherrschen und damit kokettieren, dass sie es trotzdem zu etwas gebracht hätten. Speziell tritt dieses Phänomen im Nachhilfe-Segment auf, wenn Eltern implizit an eine Art

„vererbbare Begabung“ im Fach Mathematik glauben und gegenüber dem Nachwuchs äußern, dass sie selbst schließlich auch etwas erreicht hätten, ohne gut in diesem Fach zu sein.

Manchmal fehlt ein wenig die Lockerheit im Umgang mit Mathematik. Man stelle sich eine Gesellschaft vor, in der sie als Grundlagenfach einfach ihre Berechtigung hat und in der erwartet wird, dass man einige „Basics“ nach dem mittleren Bildungsabschluss beherrscht – ohne Wenn und Aber. Eine Gesellschaft in der man Respekt hat vor Menschen, die Abstraktes verstehen wollen und die Wissenschaft voranbringen, aber keine Angst oder Demut ihnen gegenüber empfindet. In der man Menschen, die Abstraktes nicht verstehen, nicht demütigt und ihnen auch keine Angst einjagt.

Mit dem Mathematiklernen verhält es sich so wie mit vielen Sportarten: Eine gewisse physiologische Grundvoraussetzung scheint es einfacher zu machen, aber letztlich ist es die investierte Zeit und Geduld, die die Lernenden zu Expert:innen macht. Die verzerrte Wahrnehmung des Faches in der Öffentlichkeit führt jedoch dazu, dass diese Annahme überdeckt wird. Im Studium wird es Kommiliton:innen geben, die in den Prüfungen in Mathematik scheitern und deshalb das Studium aufgeben müssen. Andere Mitstudierende scheinen immer alles in Mathematik sofort zu verstehen. Die entstehenden Emotionen werden am erworbenen Bild von Mathematik abgeglichen und führen oft zu übermäßigem Frust oder übermäßiger Selbstüberschätzung. Manche Studierendengruppen drohen sich zu spalten in die, von denen man das Gefühl hat, *sie können es* und die anderen können es eben nicht.

Auch diese emotionale Auseinandersetzung mit dem *Gefühl des Nicht-Begabtseins* kann gegebenenfalls in die Beratung führen (Kap. 3.2).

#### 2.1.4 Lernende und Mathematik

Aus der Perspektive der Lernenden ergeben sich aus den drei vorangegangenen Abschnitten verschiedene, spezifisch fachliche Herausforderungen.

Zunächst ist es die **Konfrontation mit Mathematik als axiomenbasierte und streng logische Wissenschaft in Hochschule und Universität**, die sie aus der Schule nicht kennen. In der Schule wird auf anderen Wegen Mathematik gelehrt, da

- der kindlichen und jugendlichen Entwicklung Rechnung getragen wird und man daher sinnvollerweise darauf verzichtet, in Klasse 1 mit der Diskussion der grundlegenden Axiome zu starten,
- die Zeit nicht ausreicht, um Strukturen zu beweisen UND mit Objekten zu hantieren, und man sich deshalb Sinne eines allgemeinbildenden Schulabschlusses für den sorgfältigen und richtigen Umgang mit den Objekten entscheidet,
- sich die Schulmathematik dadurch auszeichnet, dass sie stark den Lernprozessen angepasst ist und dafür überwiegend (und aktuell zunehmend) auf Axiomatik verzichtet. Als ein Beispiel sei hier der Verzicht der Einführung des Begriffes „Stetigkeit“ genannt (vgl. Schmid 2005) und
- Mathematik in Bildern und Beispielen anschaulicher und damit leichter zu begreifen ist.

Dies sind nur einige mögliche Aspekte, die deutlich machen sollen, dass Schulmathematik sich von Hochschulmathematik unterscheidet und unterscheiden darf.

Für unseren Zusammenhang ist es aber wichtig anzuerkennen, dass zu Beginn jedes Semesters ehemalige Schüler:innen an die Hochschulen und Universitäten kommen, denen tiefere mathematisch-wissenschaftlichen Begründungszusammenhänge nicht vertraut sind. Während es im Schulalltag derzeit möglich zu sein scheint, mit – zugespitzt formuliert – rezeptartigem Lernen von Mathematik zu bestehen, stellt dieser Lernansatz an Universität und Hochschule oft die erste Sackgasse dar. Das Erarbeiten der axiomenbasierten Mathematik erfordert an vielen Stellen elaboriertere Lernformen, Selbstregulation und Kreativität bei der Entwicklung eigener Erarbeitungsstrategien. Hier liegt vermutlich ein Grund, warum Mathematik-Lernenden der Übergang zur Hochschule oft so schwerfällt.

Ein weiterer, allgemeinerer Grund liegt in der **Verschiedenartigkeit der generellen Lernkultur**. Das Lernen an Hochschulen und Universitäten erfordert insbesondere ein weitaus höheres Maß an Eigenständigkeit als das schulische Lernen im Klassen- und Kursverband. Die hierfür erforderlichen Lernstrategien müssen Studienanfänger:innen meist noch entwickeln. Für Lehrende und Lernende ist es gleichermaßen herausfordernd, den Umbruch zwischen Schule und Hochschule zu meistern!

Doch nicht nur an den Übergängen gibt es hinsichtlich des Mathematiklernens Reibungen. Auch innerhalb der akademischen Lehre entstehen für Lernende Ungereimtheiten, da sie **Mathematik in unterschiedlichen Fächern mit unterschiedlichen Zielen und Aufträgen** erleben. Mathematik-Studierende belegen in der Regel weitere Fächer, in denen sie Mathematik in ihrer angewandten Form kennenlernen. Das kann z. B. die Studienrichtung Mathematik BA sein, in der im Nebenfach noch Physik, Informatik oder Wirtschaftswissenschaften belegt werden müssen; das kann das Fach Bauingenieurwesen BA oder Maschinenbau BA sein, in dem als zweites Fach Technische Mechanik auftaucht.

Die Lernenden sind hier auf einer Meta-Ebene mit der Herausforderung konfrontiert, dass ihnen Mathematik in verschiedenen Darstellungen begegnet und mehr oder weniger axiomatisch sowie mehr oder weniger angewandt gelehrt wird. Diese Verschiedenartigkeit in der Darstellung von Mathematik ist der bzw. dem jeweils Lehrenden nicht immer bewusst, sodass sie auch den Studierenden gegenüber nicht transparent gemacht wird. Institutionell betrachtet fehlt den Hochschulen und Universitäten zudem meist eine Plattform, auf welcher solche Diskrepanzen thematisiert und bearbeitet werden können. Es obliegt den jeweiligen Lehrenden, ob sie sich mit den Kolleg:innen über diese Thematik austauschen möchten oder nicht. Für die Studierenden bleibt das Bild der Mathematik jedoch unter Umständen uneinheitlich.

Und schließlich spielen **emotionale Aspekte** (wie in 2.1.3 angedeutet) für das Lernen von Mathematik eine spezielle und wesentliche Rolle. Nach unserer Erfahrung sind viele Lernende stark beeinflusst von den bereits beschriebenen, mit Vorurteilen behafteten gesellschaftlichen Vorstellungen von (Hochschul-)Mathematik.

Neben den Vorurteilen spielen zudem die eigenen Schulerfahrungen mit Mathematik eine gewichtige Rolle. Nicht nur negative, auch positive Vorerfahrungen aus der Schulzeit und gute Noten können beispielsweise zu Krisen im Studium führen, wenn sich durch den gleichzeitigen Wechsel von anwendungsorientierter zu axiomatischer Mathematik diese guten Noten nicht (sofort) reproduzieren lassen.

Weitere mögliche Gründe für Unbehagen, Ängste, Lustlosigkeit und Blockaden Studierender hinsichtlich ihres Mathematiklernens können im Fach selbst liegen: Mathematik kann in der Regel weniger auswendig gelernt werden als andere Fächer, sondern muss – zuweilen mit Mühe und Hartnäckigkeit – erarbeitet und verstanden werden. Dies wird oft als emotional herausfordernd erfunden. Darüber hinaus müssen beim Aufgabenbearbeiten an der Hochschule Situationen bewältigt werden, in denen man glaubt, dass man nicht weiterkommt (vgl. Pace, 2017). Um diese zu überwinden, ist neben einem klaren und kreativen Verstand eben auch ein hohes Maß an emotionaler Selbstregulation erforderlich.

Zusammenfassend wird ersichtlich, dass die möglichen Schwierigkeiten Studierender hinsichtlich ihres Mathematiklernens mannigfach sind. Die Erschwernisse können sehr verschiedenartig gelagert sein und auf verschiedenen Ebenen liegen. In jedem Fall sind die Anliegen von Mathematik-Studierenden, wie immer, wenn es um Lernen geht, höchst individuell.

Um den Lernenden in ihrer Individualität in der Beratung adäquat zu begegnen, sollte sich die oder der Beratende über die beschriebenen Besonderheiten der Mathematik als Studienfach und Lerngebiet im Klaren sein. Darüber hinaus bedarf es eines Beratungskonzepts, welches sowohl auf der Prozess- als auch auf der Haltungsebene diese Besonderheiten konstruktiv aufzugreifen vermag. Der Vorschlag für dieses Konzept wird in den Abschnitten 2.2, 2.3 und 2.4 skizziert.

## 2.2 Personzentrierte Beratung von Mathematik-Lernenden – Ziele, Grundhaltungen, Leitgedanken

Um in der Beratung von Mathematikstudierenden der geschilderten Vielfalt möglicher Anliegen und individueller Problemlagen gerecht zu werden, wird ein Beratungsansatz zu Grunde gelegt, der hierfür besonders offen und sensibel ist:

Der Personzentrierte Ansatz geht auf den US-amerikanischen Psychologen, Berater und Psychotherapeuten Carl Rogers (1902 – 1987) zurück. Dieser untersuchte – psychotherapeutische Schulen übergreifend – die Wirksamkeit von Beratungs- und Therapieprozessen. Rogers Studien stellten als zentrale Wirkfaktoren bestimmte **Grundhaltungen** heraus, mit welchen Beratende ihren Klient:innen begegnen und den Beratungsprozess gestalten (2.2.4). Die hohe Wirksamkeit dieser Haltungen konnte in zahlreichen Einzel- und Metastudien bestätigt werden. Einen gut lesbaren ersten Überblick mit Hinweisen auf weitere Literatur bieten Elliott & Freire (2010).

Das von Rogers beschriebene Haltungsideal betrifft das *gesamte* professionelle Spektrum, in welchem Menschen anderen Menschen unterstützend begegnen. Der Personzentrierte Ansatz beschreibt die *Kern*voraussetzungen für wirksame Beziehungs- und Prozessgestaltung in beratend-therapeutischen wie auch pädagogischen und Bildungskontexten. Damit ist er in hohem Maße integrativ und anschlussfähig.

In den folgenden Abschnitten sind konkrete Formulierungen in Gesprächssituationen enthalten, die mit einem *B* für Berater:in gekennzeichnet sind.

### 2.2.1 Das ganze Mathematiklernen erfassen – vier Ebenen

Personzentrierte Beratung von Mathematik-Studierenden soll einen **Gesprächsraum für das ganze Mathematiklernen** (vgl. Friedewold, Nicolaisen & Schnieder 2015a) eröffnen. Für die konkrete Beratungspraxis werden zu diesem Zweck vier Ebenen unterschieden:

1. **Die Lernorganisation**: Wie und mit welchen Mitteln lerne ich? Wie organisiere ich mein (Mathematik-)Lernen im Studium? (Kapitel 3.1 & Kartenbereich A)
2. **Die lernbegleitenden Emotionen und die Motivation**: Wie ergeht es mir mit meinem (Mathematik-)Lernen? Wo stehe ich mir ggf. selbst im Weg? Wo erlebe ich Freude, Interesse, Können

oder Erfolg? Und wie kann ich mich selbst aufmuntern bzw. ermutigen? (Kapitel 3.2 & Kartenbereich B)

3. **Das Erarbeiten und Verstehen von Mathematik:** Wie erschließe ich mir mathematisches Wissen an der Hochschule bzw. Universität? Was hilft mir, um die Definitionen, Sätze, Beweise gründlich genug nachzuvollziehen? (Kapitel 3.3 & Kartenbereich C)
4. **Das Lösen von Problemen und Bearbeiten von Aufgaben:** Welche Strategien sind für mich hilfreich, um mathematische Probleme und schwierige Aufgaben effektiver zu lösen? (Kapitel 3.4 & Kartenbereich D)

Diese vier Ebenen spannen einen Rahmen auf, innerhalb dessen mögliche Anliegen von Studierenden identifiziert und verortet werden können. Er dient der kognitiven Strukturierung und kann Berater:innen und Studierenden gleichermaßen helfen, die jeweilige Thematik besser zu erfassen: „Wo liegt Ihr Anliegen genau? Und wie würden Sie es ganz konkret und möglichst mit eigenen Worten beschreiben?"

2.2.2 Übergeordnete Zielsetzungen der Beratung
Wie der Name nahelegt, ist der Dreh- und Angelpunkt in der *Personzentrierten* Beratung die Person des bzw. der Mathematik-Lernenden selbst. Es wird ein Perspektivwechsel vollzogen: Der Fokus liegt nicht auf dem jeweiligen Problem oder dessen Genese. Der Fokus ist vielmehr gerichtet auf die Person in ihrer ganz individuellen Wahrnehmung bzw. *Konstruktion* des Problems und ihren Umgang damit.

Es ist eine zentrale Zielsetzung Personzentrierter Beratung, das Gegenüber in seiner jeweiligen Lage und mit seiner individuellen Wirklichkeits-und Problemkonstruktion bestmöglich zu verstehen (vgl. Rogers 2013). Für die Beratung von Mathematik-Lernenden bedeutet dies, die Studierenden in ihrer Gesamtpersönlichkeit, ihrem jeweiligen inneren Erleben und in ihren jeweils ganz eigenen Vorstellungen von Mathematik und Mathematiklernen wahrzunehmen und verstehen zu wollen.

In der Praxis stellt die beratende, zuhörende Person zu diesem Zweck ihre Kommentare, Meinungen und Wertungen im Gespräch überwiegend zurück und bestärkt ihr Gegenüber in der Entwicklung und Formulierung eigener Gedanken. Dadurch werden Prozesse des Nachsinnens und gewissermaßen lauten Nachdenkens angeregt. Im Beratungsgespräch wird ein Rahmen geschaffen, der aufseiten der Studierenden Selbstklärung und die Entwicklung eigener, stimmiger Lösungen unterstützt.

Personzentrierte Beratung verwirklicht ein maximales Maß an Selbstständigkeitsorientierung. Aus dem besseren, tieferen Verstehen der Studierenden in ihrer jeweiligen Problemwahrnehmung heraus können die Berater:innen passgenaue Angebote und Impulse im Sinne einer minimalen Hilfe unterbreiten. Die zuvor beschriebenen vier Ebenen dienen dabei als Orientierungsrahmen. Das aus der Didaktik bekannte *Prinzip minimaler Hilfe* (vgl. Aebli 2011) wird ausgedehnt auf das gesamte Spektrum möglicher Anliegen, die mit dem Lernen von Mathematik an Hochschule und Universität verbunden sein können.

### 2.2.3 Beraten lernen

Im personzentrierten Sinne professionell zu beraten ist einfach und herausfordernd zugleich: Es ist einfach, weil die Berater:innen sich nicht erst ein umfangreiches Instrumentarium an Beratungs*techniken* und Coaching*tools* aneignen und trainieren müssen, um professionell zu agieren. Personzentrierte Beratung schließt den Einsatz von Methoden zwar nicht aus, *erfordert* diesen aber auch nicht zwingend.

Personzentriert zu beraten ist aber gleichwohl herausfordernd, weil es im Kern eben *nicht* auf einem schematisch erlernbaren *Vorgehen* beruht, sondern vielmehr auf verinnerlichten *Grundhaltungen* und *Leitgedanken*, welche spontan in der konkreten Gesprächssituation verwirklicht und gelebt werden müssen.

Diese Grundhaltungen und Leitgedanken bilden für Beratende gewissermaßen den inneren Kompass, welcher die jeweils situationsgerechten Richtlinien für professionelles Beratungshandeln vorgibt. Im konkreten Beratungshandeln verwirklichen sich diese Richtlinien vor allem in der Gesprächsführung sowie in der Ausgestaltung der Beratungsbeziehung.

### 2.2.4 Grundhaltungen und Leitgedanken in der Beratung

Einige wichtige Grundhaltungen und Leitgedanken des Personzentrierten Ansatzes sollen im Folgenden mit Blick auf die Beratung und Begleitung von Mathematikstudierenden näher dargelegt werden.

Rogers (2013) beschreibt drei ideale Grundhaltungen für wirksame Beratungsprozesse: 1. Echtheit, 2. Wertschätzung und 3. Empathie. Diese drei, dem Klienten entgegengebrachten Grundhaltungen bilden nach Rogers die Basis für eine hilfreiche und wirksame Beziehungsgestaltung zwischen Berater:in und Klient:in. In den folgenden Absätzen wird jede dieser Haltungsvariablen in ihren Grundzügen skizziert und mit einem Beispiel illustriert:

**1. Echtheit (Kongruenz)**. Die beratende Person trägt keine professionelle Maske, um sich zu verbergen. Sie ist sich ihrer eigenen Gedanken und Gefühle so weit wie möglich bewusst. Wenn es für die Situation hilfreich ist, können diese geäußert werden. Das folgende Beispiel soll Echtheit im Beratungsverhalten veranschaulichen:

Ein Studienberater ohne vertiefte Kenntnisse der Hochschulmathematik hört einer Studierenden zu, wie sie über ihre Schwierigkeiten beim Lösen bestimmter Aufgaben berichtet. Der Berater merkt, dass die Studentin stillschweigend voraussetzt, er würde auch fachinhaltlich verstehen, wovon sie redet, und er verspürt Unbehagen:

B: Sehen Sie, ich kenne mich mit den Inhalten der Hochschulmathematik nicht wirklich aus. Ich kann mir aber gut vorstellen, dass es gut für Sie ist, mit mir weiter über Ihr Anliegen zu sprechen. Ich werde versuchen, Sie soweit wie möglich zu verstehen und melde mich, wenn das nicht so ist. – Wäre das okay für Sie?

Zum eventuellen Einsatz der Karten könnte der Studienberater dann folgendermaßen fortfahren:

B: Ich habe auch einige Materialien, die gerade für Mathe-Studierende in Ihrer Situation entwickelt wurden. Die können wir uns, wenn Sie möchten, gerne mal gemeinsam anschauen.

Ausgangspunkt für das im Beispiel beschriebene kongruente Agieren durch den Berater ist dessen Unbehagen: „Die Studentin hat ein Bild von mir, welches ich nicht erfülle." Er löst dieses Missverständnis auf und hält das Gesprächsangebot weiterhin aufrecht. Nun befindet er sich wieder ganz transparent und „echt" in seinem Kompetenzfeld der Studierendenberatung. Aus dieser Kongruenz heraus unterbreitet er der Studentin das Angebot, mit Blick auf ihre etwaigen fachbezogenen Fragen gemeinsam mit den Karten zu arbeiten.

**2. Bedingungslose Wertschätzung (Akzeptanz)**. Die lernende Person wird als Mensch geachtet, unabhängig von ihrem Verhalten, ihren Einstellungen, Äußerungen oder Launen. Ein Beispiel soll den Unterschied zwischen geringer und hoher Wertschätzung im Beratungsverhalten verdeutlichen:

Ein Student beklagt sich im Gespräch bei seiner Dozentin über den Misserfolg bei einer Mathe-Klausur. Gleichzeitig hat er kurz vorher geschildert, dass er sich in der Prüfungsphase nur zwei Tage Zeit für die Vorbereitung genommen hatte.

*Wenig wertschätzende Reaktionen:*

$B_1$: Naja, kein Wunder. Das konnte ja bei der kurzen Vorbereitung auch nicht klappen.

$B_2$: Und das wundert Sie, dass Sie die Klausur nicht bestanden haben?

*Wertschätzende Reaktionen:*

$B_3$: Sie ärgern sich über Ihren Misserfolg, hatten aber auch nur zwei Tage Zeit für die Vorbereitung.

$B_4$: Ich sehe, ihr Misserfolg ärgert Sie. Mit Blick auf die Zukunft: Was würden Sie künftig vielleicht anders machen wollen?

**3. Empathie (einfühlendes Verstehen)**. Es wird in der Beratung danach gestrebt, das Gegenüber möglichst weitgehend zu verstehen, sich in dessen Innenwelt einzufühlen und sie zu erfassen. Dabei wird jedoch der eigene Standpunkt nicht verloren und auf diese Weise Objektivität gewahrt. Es soll für die beratende Person immer nur so sein, *als ob* sie in der Haut des Gegenübers steckte und die Welt mit dessen Augen sähe. Mit dem folgenden Beispiel wird versucht, empathisches und wenig empathisches Verstehen zu illustrieren:

Eine Studentin beschreibt in der Studierendenberatung ihre große Unlust, Mathematik zu lernen. Sie bezweifelt die Sinnhaftigkeit der Hochschulmathematik generell und bekundet ihr sehr geringes Interesse daran.

*Wenig empathisch-verstehende Reaktionen:*

$B_1$: Mathematik ist halt ein Fach in Ihrem Studiengang. Da muss man durch!

$B_2$: Ich weiß allzu gut, wie es Ihnen geht! Als ich Studentin war…

$B_3$: Das, was Sie da in Mathe machen, ist für Ihr späteres Berufsfeld schon wichtig. Sehen Sie das nicht?

*Empathisch-verstehende Reaktionen:*

$B_4$: Es fällt Ihnen im Moment sehr schwer, für Mathe zu lernen. Dass Sie kaum Sinn in dem sehen, was Sie lernen sollen, macht es für Sie noch schwerer.

$B_5$: Das Lernen fällt Ihnen im Augenblick sehr schwer. Was, denken Sie, könnte Ihnen vielleicht helfen, Ihre Motivation ein Stück weit zu erhöhen?

Über die drei beschriebenen personzentrierten Grundhaltungen hinaus können folgende weitere Haltungsaspekte und Leitgedanken einer inneren Orientierung dienen. Sie unterstützen die konstruktive, vertrauensvolle und selbstständigkeitsorientierte Gestaltung von Beratungsbeziehungen und -gesprächen.

**Begegnung auf Augenhöhe.** Die beratende Person strebt mit ihrem Gegenüber eine gleichberechtigte Beratungsbeziehung an, die von Vertrauen, Offenheit, Kooperation und Respekt getragen ist. Die beratende Person ist dabei Expert:in für ihr Aufgabenfeld in Beratung und Lehre, während das Gegenüber Expert:in für das eigene Denken, Empfinden und Erleben ist. Diese „innere Wirklichkeit“ der Lernenden stellt stets den eigentlichen Bezugs- und Zielpunkt in der Beratung dar, denn hier vollziehen sich Veränderung und Lernen.

In dieser Beratungsbeziehung „zwischen zwei gleichwertigen Partnern“ (Ertelt & Schulz 2015, S. 10) bleiben die beratenden Mathematikeri:innen Experti:innen in ihrem Feld und teilen ihr Wissen an passender Stelle im Beratungsablauf mit. Auch die fachfremden Studienberater:innen in der Mathematikberatung sind Fachpersonen, die z. B. bei Themen wie Prüfungsängsten oder Lernwiderständen professionelle Unterstützung bieten können – und auch sollen. Die Einschätzung und Entscheidung darüber, ob und wie etwaige Ratschläge und Unterstützungsangebote angenommen und umgesetzt werden, obliegt aber immer den

Studierenden. Diese sind Expert:innen für sich selbst und für das, was für sie richtig und passend ist – oder auch nicht.

**Verantwortung für den Prozess, nicht das Ergebnis**. Veränderungen lassen sich in Beratung und Lehre nicht vorherbestimmen und nicht erzwingen. Menschen sind keine Maschinen, die bei einem bestimmten Input einen vorhersehbaren Output erzeugen. Diese Einsicht ist für die Beratungs- bzw. Lehrperson entlastend, denn sie trägt lediglich Verantwortung für den Prozess und kann sich von „Erfolgsdruck“ freimachen. Gleichzeitig stärkt diese Haltung das Autonomie-Empfinden bei den Studierenden, denn sie behalten volle Verantwortung für das eigene Lernverhalten und die damit erzielten Ergebnisse.

**Transparenz – Angebote statt versteckter Fahrplan**. Offenheit und Transparenz sind wichtige Voraussetzungen für das Gelingen von Beratungen. Fühlt sich das Gegenüber durch unausgesprochene Absichten „ausgetrickst“ oder „hinters Licht geführt“, verschließt es sich und die Bereitschaft sich auf einen offenen Austausch einzulassen sinkt. Hinsichtlich der strukturellen Gestaltung des Beratungsablaufs (siehe hierzu den folgenden Abschnitt 2.3) geben Offenheit und Transparenz den Studierenden Orientierung und Sicherheit – und unterstützen ein vertrauensvolles, kooperatives Miteinander.

Eine professionelle Lernenden-Beratung wird an jeder Stelle als Angebot, als Einladung gestaltet. Die Lernenden selbst sollen frei entscheiden können, ob z. B. etwaige Lösungsvorschläge in Bezug auf ihr Anliegen für sie persönlich passend und zielführend sind.

**Innere und äußere Klarheit über Berater-Rollen und Aufgaben.** Lehrende und Berater:innen im Hochschulkontext bringen einen ganzen „Rollenstrauß“ mit in die Beratung (vgl. Thomann & Pawelleck 2013, S. 29 ff.). Sie sind gleichzeitig inhaltliche Expert:innen, Forschende, Führungspersonen, Prüfende, Vertreter:innen der Hochschule usw. Mit jeder dieser Rollen sind bestimmte Aufgaben wie auch Erwartungen verknüpft. Das kann in der Beratungspraxis zu Verunsicherung oder auch Missverständnissen führen.

Die beschriebenen Grundhaltungen in der Personzentrierten Beratung verdichten sich nach unserer Sicht zu drei konkreten Kernrollen. Die innere Klarheit bezüglich dieser Rollen unterstützt ein kongruentes und souveränes Agieren in Beratung und Lernbegleitung (vgl. Friedewold, Nicolaisen & Schnieder 2015a).

1. **Rahmenverantwortliche:r und Prozessgestalter:in**: Als Berater:in bin ich für die Rahmengestaltung und Strukturierung des Beratungsprozesses verantwortlich (siehe Kap. 2.3 und 2.4). Ich sorge u. a. dafür, im Gespräch ungestört zu sein und achte auf die Einhaltung des Zeitrahmens.
2. **Fachperson im jeweiligen Feld**: In der Beratung gebe ich – wenn es in der Situation förderlich ist – Impulse, die meinem Expertenwissen und Know-how entspringen. Ich weise beispielsweise auf Fehler in einer Berechnung hin, helfe beim Strukturieren und Einordnen von Inhalten oder gebe Hinweise zu einem effizienteren Lernen.
3. **Einfühlende:r und mitdenkende:r Zuhörer:in**: Ganz überwiegend versuche ich als Berater:in meine Studierenden zu verstehen und sie im Gespräch mitdenkend und einfühlsam zu begleiten.

Jede dieser Kernrollen sollten während der Beratung im Blick behalten und situativ „aktiviert“ werden. Und wenn es dem Prozess dient, kann ein solcher Wechsel der Rolle gerne auch dem Gegenüber transparent gemacht werden: „Als Mathematikerin (Lernberaterin) möchte ich Ihnen an dieser Stelle einen Vorschlag machen: …“

**Nicht-wissende Haltung – konstruktivistische Sichtweise**

Auch wenn man sich in der Beratung darum bemüht: Es ist klar, dass man eine andere Person nie *vollständig* verstehen kann. Man konstruiert sich stets lediglich ein *Bild* davon, was die andere Person denken und fühlen *könnte* – und trägt dieses Bild zur weiteren gemeinsamen Verständigung ins Gespräch. Der Konstruktivismus besagt: Jeder Mensch konstruiert sein eigenes Wirklichkeitserleben. Auch Berater:innen (vgl. Friedewold, Nicolaisen & Schnieder 2015c).

In der Beratung ist die konsequente nicht-wissende Haltung hilfreich, um uns z. B. nicht vorschnell auf bestimmte Einschätzungen festzulegen, die dann handlungsleitend werden:

„Ah ja, er hat Prüfungsangst.“ (Vielleicht weiß er lediglich nicht, *wie* er für die Klausur lernen kann.)

„Sie hat das Integral noch nicht verstanden.“ (Vielleicht versteht sie aufgrund einer Fehlvorstellung nur einen Teilaspekt nicht.)

Gerade Expert:innen tendieren dazu, allzu frühzeitig erkennen zu wollen, wo vermeintliche Probleme schlummern. Auch wenn man richtigliegen sollte, ist der Gewinn für das Gegenüber immer größer, wenn er oder sie sich selbst reflektiert und eigenständig erkennt, wo die persönlichen Knackpunkte liegen.

Das Gleiche gilt für das gemeinsame Arbeiten an Lösungen. Gerade in der Mathematikberatung haben Expert:innen beim ersten Blick auf eine Aufgabe oft die komplette Musterlösung vor ihrem inneren Auge, während die Studierenden nahezu verzweifelt keinen Weg finden. Hier ist auf Berater:innenseite meist angebracht, wenngleich herausfordernd: **Lösungslosigkeit aushalten!**

Es geht darum, die Studierenden in ihrem Lösungsbemühen behutsam zu begleiten und sie in ihrer aktuellen Lage und Sicht, so auch in ihren Fehlkonzepten, weiterhin verstehen zu wollen. Wenn es dann noch erforderlich ist, können Impulse nach dem Prinzip minimaler Hilfe gegeben werden, z. B.

| | |
|---|---|
| B: | Ich kenne den Lösungsweg zwar schon, viel wichtiger ist es mir aber, Sie so zu begleiten, dass Sie den Weg eigenständig finden. |

Oder ganz im Sinne von Transparenz und Eigenverantwortung:

| | |
|---|---|
| B: | Ich weiß, wie es geht. Wie können Sie jetzt am besten von diesem Wissen profitieren? |

In der Praxis wird gerade bei der Arbeit an schwierigen Aufgaben die beratende Person auch in ihrer Rolle als Rahmenverantwortliche:r und Zeitwächter:in auftreten müssen, um abzuwägen, welche Aufgaben wie besprochen werden sollen und können. Oder wieviel und welche Hilfestellung gemessen an der verfügbaren Zeit erforderlich und förderlich ist.

Mit einer konstruktivistischen Sicht verbinden sich für die beratende Person zudem die Einsicht und das Vertrauen, dass ihr Gegenüber die Lösung für ihr Anliegen stets aus sich selbst heraus entwickeln muss und kann. Die Frage ist nur, wie nachhaltig hilfreich der Weg zur Lösung für das Gegenüber ist. **Die Lösung liegt beim Gegenüber.**

2.2.5 Personzentriert beraten – mit der Beratungskartei
Die vorliegenden Materialien in Form von Karten sollen Beratungsprozesse mit Mathematikstudierenden unter Personzentrierten

Prämissen unterstützen. Die auf den Karten dargestellten Inhalte und Impulse verstehen sich…

- als Ausgangspunkte für vertiefendes Nachdenken und vertiefende Gespräche,
- als Orientierungshilfen im Beratungsprozess,
- als Klärungshilfen für die Studierenden
- und immer als Angebote und Anregungen (nie als Ratschlag oder Vorgabe!)

Die Studierenden prüfen stets die angebotenen Inhalte auf Stimmigkeit: „Empfinde ich das für mich, in meiner Situation, als passend und hilfreich?"

In der Beratungssituation entlastet es die beratenden Personen, Expert:innenwissen nicht immer situativ parat haben und in Form eines verbalen Inputs anbieten zu müssen. Mithilfe der Karten können die Berater:innen ganz in der zuhörenden, verstehenden Rolle bleiben, eine entsprechende Karte anbieten und die Studierenden fragen:

B: Könnte das für Sie hilfreich sein? Was würden Sie mit diesem Angebot machen wollen?

Dann gilt es, die Studierenden im Umgang mit angebotenen Inhalten sensibel wahrzunehmen und zu begleiten, um dann ggf. situativ und spontan weitere Impulse geben.

Zu jeder Karte gibt es in Kapitel 5 detaillierte Hinweise zu inhaltlichen Hintergründen sowie zu ihrer Handhabung in der Beratungspraxis.

## 2.3 Der Beratungsablauf

Vielen Merkmalen des Personzentrierten Ansatzes wird Rechnung getragen, wenn das Beratungsgespräch bewusst durch verschiedene Phasen gestaltet und strukturiert wird. Das Bewusstsein über die im Folgenden dargestellten Phasen eines Beratungsgesprächs hat mehrere Folgen: Erstens macht es die **Prozessverantwortung** des oder der Beratenden deutlich, ermöglicht einen **Rahmen** für Weiterentwicklung bei Studierenden, indem diese in die **Selbstverantwortung** genommen werden und unterstützt nicht zuletzt das Einnehmen der nicht-wertenden, offenen **Beratungshaltung**. So unterscheidet sich die Beratungssituation beispielsweis von einem Tür-und-Angel-Gespräch oder einer kurzen Frage nach der Vorlesung. Die Situation wird ernstgenommen und damit auch die Anliegen des oder der Studierenden.

Ein grundlegendes Schema hilft, Gespräche zu strukturieren und den Studierenden und sich selbst darin zu orientieren. Die einzelnen Schritte sind quasi „Meilensteine“ oder eine innere Checkliste, die man durchlaufen kann. So verringert sich die Gefahr, sich zeitlich oder inhaltlich zu verzetteln oder sich von der Emotionalität eines oder einer Studierenden mitreißen zu lassen. Als Berater:in kann man diese Schritte den Studierenden gegenüber transparent machen. Dies kann geschehen, indem man einen Ausblick darauf gibt, in welchen Phasen das Gespräch durchlaufen wird oder indem der Wechsel zwischen einzelnen Gesprächsabschnitten kurz benannt wird.

Dabei sind die vorgeschlagenen vier Phasen (Einstieg, Anliegensklärung, Anliegensbearbeitung und Abschluss) nicht vollständig trennscharf und sie gehen fließend ineinander über. Die Phasen sollen eine Orientierung darstellen und sind nicht in jeder Beratungssituation strikt abzuarbeiten.

Im Folgenden wird der prototypische Ablauf vorgestellt, inklusive der Merkmale, Herausforderungen und typischen Fragen für jede Phase. Die Abläufe müssen von der beratenden Person eingeübt und auf den eigenen Stil angepasst werden, damit sie das planvolle Vorgehen in der Beratung unterstützen.

Die hier vorgestellten Phasen orientieren sich an typischen Abläufen für Gespräche, wie man Sie z. B. bei Rauen (2008), Pallasch (2014) oder spezieller auf das Lerncoaching bezogen bei Hardeland (2013) und Nicolaisen (2013) in der Literatur findet. Einige der hier beschriebenen Gedanken wurden von Heinsen, Kessens und Laumann (2016) vertiefend ausformuliert.

### 2.3.1 Einstiegsphase

Im ersten Schritt geht es um das Ankommen in der Beratungssituation und die gegenseitige Kontaktaufnahme.

Zu Beginn sollten Rahmenbedingungen wie Zeit, Verschwiegenheit und ggf. Grenzen der Beratung geklärt werden.

B: Wir haben jetzt ca. 20 Minuten Zeit für das Gespräch...

B: Was wir hier besprechen, bleibt unter uns, ich werde es ohne Ihr Einverständnis mit niemanden teilen.

Ziel ist es, eine vertrauensvolle Atmosphäre zu schaffen, in der ein konstruktives und hilfreiches Gespräch stattfinden kann, in welchem der oder die Studierende sich aktiv einbringt. Häufig kommen Studierende verunsichert, innerlich nicht gut vorbereitet oder auch spontan in ein Gespräch. Dann ist eine Orientierung für Studierende hilfreich, was in dem Gespräch auf sie zukommen wird. Sie sollen wahrnehmen, dass man sich als Berater:in gerade ganz auf ein Gespräch und die mitgebrachten Anliegen einlassen kann.

Es kann ganz offen gestartet werden:

B: Wollen Sie einmal erzählen: Worum geht es?

B: Was bringen Sie mit für den Termin?

Diese erste Phase kann kurzgehalten werden, auch oder besonders wenn es nur um eine relativ gut gefasste Frage zu einer Aufgabe geht. Sie sollte aber immer stattfinden, sodass die Rahmenbedingungen klar sind und es einen wahrnehmbaren Gesprächs-Auftakt für Berater:innen und Studierende gibt.

### 2.3.2. Anliegensklärung

Nach der Aufforderung zu äußern, welche Fragen oder Anliegen Studierende mitbringen, sollte ihnen ein gewisser Raum gegeben werden, um zu berichten. Erstmal kann „das große Fass aufgemacht werden“, um dann zu strukturieren und zu entscheiden, welches Anliegen im Verlauf des Gesprächs (zuerst) behandelt werden soll.

Ziel ist, dass Studierende ihr Anliegen fest umreißen können, sodass beide Seiten wissen, was erarbeitet werden soll.

B: Was genau wollen Sie hier heute klären?

B: Wie würden Sie Ihr Anliegen konkret und mit möglichst wenigen Worten beschreiben?

B: Was erhoffen Sie sich genau von diesem Gespräch?

B: Was wollen Sie in diesem Gespräch konkret erreichen?

B: Mit welchem Ergebnis wären Sie am Ende des Gesprächs zufrieden?

Jede Beraterin und jeder Berater schaut durch eine gewisse persönliche und fachliche Brille auf die Anliegen, die Lernende mitbringen. Durch eine saubere Klärung des Anliegens wird sichergestellt, dass beide gedanklich auf dem gleichen Weg sind. Gerade Fachexpert:innen laufen an dieser Stelle Gefahr, einer eigenen Vorannahme zu folgen, was die oder der Studierende will oder braucht und nehmen sich nicht die Zeit, nachzufragen und die Anliegen präzise zu erfassen. Das Risiko ist in diesem Fall, dass Berater:in und Studierende:r aneinander vorbeireden und das Gespräch nicht lösungsorientiert verläuft.

B: Ich möchte ganz sicher sein, dass ich Sie richtig verstanden habe: Worum geht es Ihnen?

B: Ich habe verstanden, dass es Ihnen vor allem um XY geht, ist das richtig?

B: Sie haben gerade gesagt, dass es um A, B oder C gehen könnte. Gibt es noch ein weiteres Thema?

B: Habe ich richtig verstanden, dass Thema A besonders wichtig ist? Oder steht es gleichrangig neben Thema B?

Berater:innen sollten sich hinreichend Zeit nehmen, ein noch diffuses Thema genau einzugrenzen oder abzusichern, damit das gewählte Thema auch das ist, welches gerade am relevantesten ist. Dies wird erreicht, indem überwiegend zugehört wird und punktuell dem oder der Studierenden gegenüber artikuliert wird, was verstanden wurde. Es geht um einen Gesprächsprozess der Klärung und Verständigung. Der oder die Studierende wird in der Weiterentwicklung der eigenen Gedanken unterstützt. Die Berater:innen begleiten dabei mitdenkend und einfühlend.

Zur Erfassung des Gesamtfeldes des Mathematiklernens kann auch die Überblickskarte mit den vier Bereichen hilfreich sein. Für die Bereiche A *Organisation des Lernens* (Kap. 3.1 und 5.1) und B *Emotion und Motivation* (Kap. 3.2 und 5.2) stehen darüber hinaus auch detaillierte Bereichs-Übersichten als Karten zur Verfügung.

B: Hier sehen Sie eine Übersicht über die Themen, die wir hier behandeln können. Welche sprechen Sie spontan an? Welcher Bereich könnte passen?

B: Was sollen wir hiervon bearbeiten?

B: Welches Thema möchten Sie als erstes genauer ansehen?

Manchen Studierenden hilft es, wenn die genannten Anliegen für beide sichtbar aufgeschrieben werden, z. B. auf einem Zettel auf dem Tisch, einer Flipchart oder Tafel. Auf diese Weise können beide gemeinsam „von außen“ darauf schauen und entscheiden, was auf der Gesprächs-Agenda stehen könnte.

Grundlegend ist wichtig, dass sich die Studierenden möglichst aller potentiellen Themen für das Gespräch bewusstwerden und dann eine Wahl zwischen Alternativen haben. Somit bleiben die Lernenden in der Selbstverantwortung für sich und ihr(e) Anliegen.

### 2.3.3 Anliegensbearbeitung

Sobald klar ist, welches Anliegen die oder der Studierende bearbeiten will, wird dieses mit dem oder der Beratenden als Begleiter:in bearbeitet. In diesem Teil des Gesprächs sollen die Studierenden für sich individuell passende Lösungen entwickeln, ggf. inklusive einer Klärung einzelner weiterführender Bearbeitungsschritte.

Als Berater:in ist es in dieser Phase wichtig, in der nicht-wissenden, interessierten Haltung zu bleiben und keine Lösungen vorzugeben oder Verantwortung für diese zu übernehmen. Auch hier besteht das Risiko, ähnlich wie bei der Anliegensklärung, das eigentliche Thema der Studierenden aus den Augen zu verlieren und „im eigenen Film“ zu handeln. Vornehmlich auf Basis dessen, was die zu beratende Person mitbringt und mit welchen Herangehensweisen, Methoden oder mit welchem Wissen er oder sie in der Vergangenheit bereits ähnliche

Situationen erfolgreich bewältigen konnte, können Lösungsoptionen erarbeitet werden.

Allgemein formulierte und für diesen Prozessabschnitt geeignete Impulse könnten Folgende sein:

B: Was fällt Ihnen selbst ein, wie Sie Ihr Problem oder Ihre Fragen lösen könnten?

B: Was haben Sie bereits selbst getan, um Ihre Frage zu klären?

B: Wie sind Sie bis dato vorgegangen?

B: Mit welchem kleinen Schritt könnten Sie beginnen, um Ihrem Ziel einen Schritt näher zu kommen?

B: Was brauchen Sie, um Ihr Anliegen möglichst selbstständig zu bearbeiten?

Beratende sollten hier so wenig Input wie möglich geben – und wenn dann ganz transparent als Idee, Angebot oder Anstoß benannt. Dabei können die Karten helfen, auf denen Gedanken und Impulse zu einem Thema knapp dargestellt und lösungsorientiert aufbereitet sind.

Es geht bei der Arbeit mit den Karten immer darum, die Verantwortung für die Lösungsfindung und -umsetzung bei den Studierenden zu lassen und die Individualität von Lösungen zu betonen. In der gemeinsamen Arbeit mit einer Karte sollten sich Berater:innen nicht von den Informationen auf dieser begrenzen lassen, sondern die Studierenden dazu ermuntern, die enthaltenen Anregungen, kreativ zu nutzen und für sich passend zu machen, wenn sie ihnen hilfreich erscheinen. Eine fragende Grundhaltung unterstützt dabei, die vorhanden Ressourcen beim Gegenüber zu aktivieren.

Folgende Formulierungen könnten geeignet sein, um Karten anzubieten, die von den Berater:innen vorausgewählt wurden:

B: Ich habe mehrere Ideen, was bei dieser Frage hilfreich sein könnte, soll ich sie Ihnen einmal vorstellen?

B: Wenn wir uns z. B. diese Karten anschauen: Was geht Ihnen durch den Kopf? Was von den Inhalten könnte hilfreich für Sie sein?

B: Welche von den Ideen auf der Karte haben Sie schon ausprobiert? Auf welche wären Sie neugierig?

Auch an dieser Stelle kann es herausfordernd für Fachexpert:innen sein, nicht in die Rolle der oder des Lehrenden zu gleiten, der oder die die Lösung (vermeintlich) kennt und Ratschläge erteilt.

Fachfremde Lernberater:innen hingegen müssen immer wieder abwägen, inwieweit die Studierenden fachliche Unterstützung benötigen, wenn sie mathematische Fragen mit in die Beratung bringen. Sollte sich herauskristallisieren, dass inhaltliche Unterstützung den Kern des Anliegens besser bedienen würde, kann mit Hilfe der Karte A.7 ein Gespräch mit einem oder einer Mathematiklehrenden angebahnt werden, sodass fachliche Fragen geklärt werden können.

Für beide Gruppen von Beratenden ist bei der Anliegensbearbeitung wichtig, den Grundsatz der personzentrierten Beratung im Kopf zu behalten, dass die Lösung beim Gegenüber liegt (Kap. 2.2.3). Als Berater:in ohne tiefere mathematische Kenntnisse kann eine Karte aus den Themenbereichen C *Erarbeiten und Verstehen* und D *Probleme lösen und Aufgaben bearbeiten* gewählt werden und als Mathematiker:in können einzelne Karten aus den Bereichen A *Organisation des Lernens* oder B *Emotion und Motivation* auf den Tisch kommen.

### 2.3.4 Abschlussphase

So wie es zu Beginn Ziel ist, einen guten Einstieg in das Gespräch zu finden, sollte am Ende die Zeit sein, die Beratung für beide Seiten befriedigend abzuschließen. Die Ergebnisse des Gesprächs werden, durch Fragen der Berater:innen geleitet, von den Studierenden mündlich zusammengefasst oder schriftlich gesichert. So wird ein Fazit gezogen. In manchen Fällen kann das Verfassen eines Gesprächsprotokolls im Anschluss an den Termin sinnvoll sein. Die Erstellung durch die Studierenden kann an dieser Stelle vereinbart werden.

Leitfragen zum Abschluss des Gesprächs im Sinne einer Ergebnissicherung könnten so aussehen:

B: Was nehmen Sie aus unserem Gespräch mit?

B: Welche Vereinbarungen haben wir getroffen, die Sie aus dem Gespräch mitnehmen?

B: Was sind die nächsten Schritte? Wie geht es mit Ihrem Anliegen nach dieser Beratung weiter?

B: Was werden Sie wann und wie genau unternehmen?

B: Was werden Sie nach der Beratung tun, um mit Ihrem Anliegen weiterzukommen?

Zu diesen Vereinbarungen und nächsten Schritten können auch konkrete Arbeitsaufträge oder eine Art Hausaufgaben gehören, die ein Ergebnis des Gesprächs sind und die Basis für die weitere Zusammenarbeit bilden.

Ziel ist es, darüber hinaus sicherzustellen, dass für den oder die Studierende alle offenen Fragen geklärt sind. Ggf. kann ein nächster Termin vereinbart werden, um weitere Anliegen zu bearbeiten oder Rückschau auf die aktuell erarbeiteten Ansätze zu halten.

B: Wie wollen wir verbleiben?

B: Was denken Sie: Wie weit sind Sie heute in der Klärung Ihres Anliegens vorangekommen?

B: Sollen wir einen weiteren Termin vereinbaren oder möchten Sie bei Bedarf wieder auf mich zukommen?

Ganz zum Schluss ist auch der Raum für ein kurzes, gegenseitiges Feedback (vgl. Hardeland 2013). Die Berater:innen haben die Möglichkeit, Rückmeldung auf den Gesprächsverlauf und dessen Ergebnis zu erhalten, um im nächsten Gespräch ggf. auf einzelne Aspekte verstärkt zu achten oder das eigene Handeln zu verbessern.

B: Wie zufrieden sind Sie mit dem Gespräch?

B: Was haben Sie in unserem Gespräch als hilfreich erlebt? Was war schwierig oder nicht hilfreich für Sie?

B: Gibt es etwas, das Sie sich für ein nächstes Gespräch wünschen würden?

Andererseits bietet das Feedback zum Schluss des Gesprächs auch die Chance, den oder die Studierende bestärkt und mit einem positiven Gefühl aus der Beratung zu verabschieden, indem man ihr oder ihm Rückmeldung auf wahrgenommene Ressourcen gibt. Feedback sollte aber immer authentisch sein und nicht als „Methode“ eingesetzt werden.

## 2.4 Rahmenbedingungen Beratung

Damit Beratungsgespräche im Fach Mathematik zielgerichtet ablaufen können, ist der im vorherigen Kapitel vorgestellte typische Gesprächsablauf hilfreich. Darüber hinaus sollten gewisse Rahmenbedingungen erfüllt sein zu denen das Schaffen von Vertraulichkeit, der Ort und ein zeitlicher Rahmen gehören. Sie geben weitere Sicherheit und tragen zu einer gelingenden Beratung bei. Auf diese Rahmenbedingungen soll in den folgenden drei Punkten eingegangen werden.

### 2.4.1 Möglichkeiten und Grenzen von Beratung

Studierende haben in der Regel keine Vorstellung davon, was sie in einer Sprechstunden- oder Beratungssituation erwartet. Und tatsächlich laufen (Beratungs-)Gespräche an der Hochschule ganz unterschiedlich ab, je nachdem, wer mit wem über welches Thema spricht.

Um diese Unsicherheit vor oder zu Beginn eines Termins und die „Black box Beratung“ aufzulösen, ist es wichtig, transparent über die möglichen Inhalte und auch Grenzen der Beratung zu sprechen. Dies gibt den Studierenden die nötige Sicherheit, sich öffnen und im Beratungssetting orientieren zu können. Lernberater:innen können Lernenden z. B. deutlich machen, wo ihre mathematischen Kompetenzen enden und welche Angebote aus dem überfachlichen Bereich (Kartenbereich A und B) im Rahmen einer Beratung genutzt werden können. Für Mathematiker:innen kann es entlastend sein zu verbalisieren, dass sie sich als Fachexpert:innen sehen, die bei inhaltlichen Fragen sicherlich Ideen haben, aber ihr Wissen über Lernstrategien oder Zeitplanung nur soweit einbringen, wie sie sich sicher damit fühlen.

Auf diesem Weg können falsche Erwartungen von Beginn an vermieden werden und die Studierenden haben einen ersten Eindruck davon, was im kommenden Gespräch wahrscheinlich auf sie zukommt. Viele Berater:innen erleben diese Klärung als entlastend und nehmen bei den Studierenden Entspannung und ein Sich-einlassen wahr, sobald dieser Rahmen gesteckt ist.

### 2.4.2 Vertraulichkeit

In einigen Beratungssituationen, ganz besonders wenn es um persönlichere oder emotionale Themen geht, ist es sinnvoll, die Vertraulichkeit des Austauschs zu thematisieren. Die Zusicherung, dass nichts von dem, was besprochen wird, zu anderen dringt, seien es

Kolleg:innen oder auch Mitstudierende, unterstützen eine vertrauensvolle Gesprächssituation:

B: Was wir hier besprechen, bleibt in diesem Raum und Sie können sich sicher sein, dass ich mit niemandem darüber spreche.

Zur Vertraulichkeit gehört auch, dass keine Auskünfte darüber gegeben werden, ob ein Student oder eine Studentin das eigene Beratungsangebot wahrgenommen hat, z. B. wenn Studierende durch Kolleg:innen verwiesen wurden.

### 2.4.3 Beratungsort

Eine weitere Rahmenbedingung, welche die Atmosphäre eines Gesprächs beeinflusst, ist die Wahl und Gestaltung des Gesprächsortes.

Vorrangig ist hier, dass eine ungestörte Situation hergestellt ist, z. B. in einem Einzelbüro, einem leeren Seminarraum oder Hörsaal. Im Idealfall gibt es einen speziell für diesen Zweck eingerichteten Beratungsraum. Störungen werden dadurch vermieden, dass der Anrufbeantworter eingeschaltet ist und ggf. auch ein Schild an der Tür darauf hinweist, dass man gerade nicht ansprechbar ist.

Manche Studierende kostet es Überwindung, eine Beratung oder ein Sprechstundengespräch bei einem oder einer Lehrenden anzufragen oder wahrzunehmen. Und für einzelne ist die Situation auch mit Scham besetzt. Es gilt also, die Studierenden zu schützen und ihnen deutlich zu machen, dass es aktuell nur um sie geht und alles Weitere warten kann.

Idealerweise können sich Berater:in und Studierende:r gegenüber sitzen, z. B. an einem Tisch, auf dem an mitgebrachten Unterlagen gearbeitet werden kann und auf dem die Karten Platz haben.

Wenn noch weitere Hilfsmittel genutzt werden sollen, z. B. ein Flipchart, eine Tafel, Moderationskarten oder andere Arbeitsmaterialien, sollten diese bereitstehen bzw. -liegen, sodass es zu keinen größeren „Umbaupausen“ oder Suchaktionen kommt, wenn diese eingesetzt werden sollen.

### 2.4.4 Zeit

Bevor ein Termin mit Studierenden vereinbart wird oder spätestens zu Beginn eines Gesprächs muss geklärt sein, wie viel Zeit für den Termin zur Verfügung steht. Jeder Berater bzw. jede Beraterin muss individuell prüfen, was ihm oder ihr im Rahmen der Sprechstunde oder des

Hochschul-Alltags möglich erscheint und gemeinsam mit den Studierenden klären, wie viel Zeit diese jeweils mitbringen.

Ein Anhaltspunkt für ein Beratungsgespräch im engeren Sinne können 45 bis 60 Minuten sein. Wichtig ist neben der Länge aber vor allem, dass der gesetzte Zeitrahmen gegenüber den Studierenden kommuniziert wird und im Verlaufe des Termins auch auf die Zeit geachtet wird.

Im Sinne der Transparenz (Kap. 2.2.4) kann man aber auch offen auf das Verstreichen der Zeit im Laufe des Gesprächs eingehen:

B: Wir haben jetzt noch 10 Minuten Zeit. Wie wollen wir diese noch gut nutzen?

B. Mit Blick auf die Uhr: Lassen Sie uns zum Abschluss noch…

B: Mir wäre für die letzten 10 Minuten wichtig, dass…

All diese Rahmenbedingungen, die rund um eine Beratungssituation vorbereitet, geklärt und beachtet werden, unterstützen das Gelingen eines Gesprächs und drücken Wertschätzung gegenüber den Studierenden und ihren Anliegen aus. Die Studierenden können sich so mit ihren Fragen ernstgenommen fühlen und werden auf Augenhöhe angesprochen.

3. Vier Beratungsebenen

Die Beratungskartei wurde in vier Felder gegliedert (siehe Karte Z.1), von denen jeweils zwei eher überfachlich und zwei eher fachlich angesiedelt sind.

*Abbildung Karte Z.1 Die vier Bereiche des Mathematiklernens*

Die Untergliederung der vier Felder und die Auswahl der einzelnen, den Feldern zugeordneten Themen erfolgte auf Basis zahlreicher Beratungsgespräche mit Studierenden. Es sind die Themen, die immer wieder in Beratungen benannt werden. Es besteht allerdings keine Gewähr für Vollständigkeit. Im Gegenteil: Die Auswahl erfolgte bewusst zum Zweck der Übersichtlichkeit und leichteren Handhabung der Beratungskartei.

Die jeweiligen Kartenbereiche sind durch Buchstaben-Zahlen-Kombinationen gekennzeichnet, um sie von der Gliederung dieses Buchs abzugrenzen. Gleichzeitig ergeben die Buchstaben A bis D eine schnelle Orientierung, in welchem Kartenbereich sich das jeweilige Material verortet. Die Farbgestaltung der Online-Materialien soll weiterhin dazu beitragen, die vier Bereiche schnell und gut identifizieren und unterscheiden zu können. Über den vier Bereichen steht die Übersichtskarte Z.1, auf der alle Karten mit ihrem Titel aufgeführt sind.

Die Karten sind für die Berater:innen wie auch für die Beratenen als Angebot zu verstehen. Sie stellen die Sichtweise der Autor:innen auf die jeweiligen Themen dar und geben Anregungen, wie mit einzelnen Themen umgegangen werden kann.

Die Berater:innen wählen zunächst diejenigen Karten aus, die ihnen nachvollziehbar und vor allem handhabbar erscheinen. Nur diese Karten werden im Beratungsgespräch angeboten, die anderen können zurückgehalten werden.

In den folgenden Erläuterungen der vier Kartenbereiche wird erneut deutlich, dass alle Bereiche miteinander verwoben sind, wie bereits in Kapitel 2.1 und 2.2 angedeutet.

## 3.1 Organisation des Lernens

Im Vergleich zum Lernen in der Schule wird an Hochschulen ein anderer Anspruch an das Lernen gestellt. Die Anforderungen in der Schule sind meist gut überschaubar, die Rahmenbedingungen sind klar und Orientierung ist gegeben. Auch mit einem noch geringen Maß an Selbstorganisation kommen viele Schülerinnen und Schüler „irgendwie immer noch durch“. Hochschullehrende erwarten von Studierenden hingegen ein höheres Maß an individueller Verantwortung, Eigenständigkeit und Selbstorganisation (vgl. Euler et al. 2006 & Mandl 2006).

In allen Studienphasen, vor allem aber wohl zu Studienbeginn und in der Zeit vor und während der Prüfungsphase, nehmen Studierende die Anforderung selbstorganisiert und planvoll zu lernen zumindest als Herausforderung wahr. Nicht wenige fühlen sich überfordert – und das nicht nur vom Lernstoff bzw. den Lerninhalten (vgl. Ortenburger 2013). In diesen Phasen ist es wichtig, den Überblick nicht zu verlieren bzw. ihn zurückzugewinnen, dem Studienalltag eine Struktur zu geben und sich überlegt und zielgerichtet auf die Prüfungen vorzubereiten.

Dabei spielen im Bereich der Organisation des Lernens drei Aspekte eine übergeordnete Rolle und finden sich auf den zugehörigen Karten im Kartenbereich A immer wieder:

**Reduktion von Komplexität.** Ziel ist immer, Klarheit in den Gedanken, Wahrnehmungen und über das eigene Lernhandeln zu gewinnen. Deswegen ist es erforderlich, die insbesondere mit Lernen an Hochschule und Universität verbundene hohe Komplexität aller Informationen, Anforderungen und Wahlmöglichkeiten zu reduzieren. Das betrifft sowohl die fachliche als auch die organisatorische Ebene.

Es gilt also Übersicht zu gewinnen, z. B. darüber was gefordert ist, wo man selbst steht und was dem entsprechend zu tun ist (Karte A.5). Grundlage hierfür ist, die zugrundeliegenden Strukturen zu erkennen bzw. sich eigene zu schaffen. Dies gilt für den Lernstoff, das eigene Lernverhalten, den Umgang mit der Zeit sowie hinsichtlich der Gestaltung und Wahl der Lernumgebung. Wenn dies bewusst geschieht, können Studierende lernen, die eigenen Kenntnisstände sowie die eigenen Lern- und Arbeitsprozesse realistisch einzuschätzen und zu steuern. Dazu kommt, dass die so entstandenen überschaubaren und machbaren Arbeitspakete die eigene Motivation fördern (Kap. 3.2).

**Erschließung und Nutzung von Ressourcen**. Zum erfolgreichen Lernen gehört darüber hinaus, sich Ressourcen zu erschließen und diese zu nutzen. Beispiele für Ressourcen sind eigene Fähigkeiten, Erfolgserlebnisse, Interessen, Freundschaften, Mitstudierende, Talente, zur Verfügung stehende Zeit, alle Materialien, Gewohnheiten und auch Wünsche. Ein Bewusstsein über die eigenen Ressourcen führt dazu, dass Studierende in ihrem Selbstwert und ihrer Selbstwirksamkeitserwartung gestärkt werden. Das befähigt sie wiederum, eigene Lösungen zu entwickeln (vgl. Storch & Krause 2014). Beispiele für lernförderliche Ressourcen finden sich auf Karte A.3 *Materialorganisation*, Karte A.6 *Gute Zusammenarbeit mit Mitstudierenden* und A.7 *Sprechstundengespräche vorbereiten und nutzen*.

Und drittens leistet die **Entwicklung von individuell passenden und zieldienlichen Lernroutinen** für das Studium bzw. besondere Studienabschnitte einen Beitrag zum Lernerfolg. Dafür werden altbekannte Lernstrategien (z. B. aus der Schule oder Ausbildung) überprüft, angepasst oder ggf. neue entwickelt. Eine lang- und kurzfristige Zeitplanung helfen bei dieser Entwicklung von Lernroutinen und erfüllen eine wichtige Stützfunktion (Karten A.2 und A.4).

Die Arbeit mit den Karten kann Studierende dabei unterstützen, selbst zu bestimmen, welche Lerninhalte sie mit welcher Methode in welchem Zeitrahmen bewältigen können. Ihnen sollen die passenden Ressourcen ins Bewusstsein gerufen und Wege aufgezeigt werden, diese zu nutzen.

## 3.2 Emotion und Motivation

Die Themen *Emotion und Motivation* im Feld der Lehre, Lernbegleitung und Beratung von Mathematikstudierenden stärker hervorzuheben und Wege für einen professionellen Umgang damit aufzuzeigen, ist den Autor:innen seit geraumer Zeit ein wichtiges Anliegen (vgl. Bracke, Friedewold & Schnieder 2015). In der vorliegenden Beratungskartei positionieren wir *Emotion und Motivation* als gleichrangigen Bereich neben den anderen drei Kartenbereichen.

Erfahrungsgemäß wird das Thema von vielen Studierenden wie auch Lehrenden und Beratenden im Feld der Mathematik zu wenig beachtet und teilweise auch gemieden. Die Gründe hierfür mögen vielfältig sein. Unsicherheit und Unklarheit darüber, wie Emotionalität überhaupt zur Sprache gebracht und wie dann konstruktiv – und nicht peinlich berührend – damit umgegangen werden kann, spielen dabei sicherlich eine Rolle.

Gleichzeitig sind *Motivation* sowie *lernbegleitende Emotionen* für den Erfolg im Mathematikstudium wichtig: Stimmungen und emotional gefärbte Gedanken können das Verstehen und Üben von Lerninhalten sowie das mathematische Problemlösen entscheidend begünstigen, aber auch erheblich erschweren oder verhindern. Der Einfluss von Emotionen auf das Lernen ist gut erforscht. Frenzel und Stephens (2011) stellen in ihrem Überblick dar, dass negative Emotionen, da sie kognitive Ressourcen binden, die Aufmerksamkeit beeinträchtigen, zur Nutzung wenig elaborierter Lernstrategien (z. B. Auswendiglernen) führen und die Kapazitäten zur Selbstmotivation verringern.

Oft kommen Studierende in die Beratung und schildern ihr Anliegen zunächst als ein Problem der *Praxis*: „Wie kann ich richtig Mathematik lernen oder verstehen?“ oder „Wie bereite ich mich gut auf die Prüfung vor?“. Im weiteren Verlauf des Gesprächs stellt sich dann aber nicht selten heraus: Es sind auch *Gefühle* und *Gedanken*, mit denen sich die Studierenden selbst in ihren Lern- und Verstehensprozessen im Wege stehen. Hierzu zählen z. B. starke Unlust zu lernen, Abneigungen oder Vorurteile gegen das Fach oder Teilbereiche der Mathematik, Ängste zu versagen oder sich zu blamieren, übertriebener Perfektionismus oder vorschnelles Sich-zufriedengeben.

Bereits das Thematisieren von Emotionen, sowie das Anerkennen und Zulassen dieser, wird häufig als entlastend und klärend erlebt. Dieser Grundgedanke aus der personzentrierten Beratungspraxis gilt auch für die Beratung von Mathematik-Studierenden. Die vorliegende Beratungskartei will hierfür den Gesprächsraum eröffnen. Sie will ermutigen und Wege aufzeigen, auch über lernbeeinflussende Gefühle und Gedanken konstruktiv ins Gespräch zu kommen.

Darüber hinaus sollen die Studierenden in ihrer jeweiligen Thematik mittels einzelner Karten aus dem Kartenbereich B für sich hilfreiche Informationen und Anregungen gewinnen. Diese Impulse können im weiteren Beratungsgespräch aufgegriffen werden, um in der Folge gemeinsam an individuellen Lösungen weiterzuarbeiten.

Mit Hilfe der Überblickskarte (Karte B.1) kann der Einstieg in das Gespräch geschaffen werden, da auf ihr alle weiteren Karten kurz vorgestellt werden. Auf den spezifischen Karten werden dann beispielsweise vielfältige Möglichkeiten aufgezeigt, die eigene Lernmotivation zu stärken oder zu fördern (Karte B.2). Auch wird das für viele Studierende wichtige Thema der Selbstfürsorge behandelt. Hier soll deutlich werden, dass zu gutem Lernen neben Disziplin und Durchhaltevermögen auch ein entsprechender Ausgleich mit Pausen, Entspannung und Bewegung gehören (Karte B.3). Diese Karte greift den häufig von Studierenden wahrgenommenen Stress und das Empfinden auf, eigentlich immer etwas für das Studium tun zu können und schlecht abschalten zu können. Für einen konstruktiven Umgang mit blockierenden Gefühlen und Gedanken beim Bearbeiten schwieriger Aufgaben in Mathematik werden verschiedene erprobte Strategien vorgestellt. Die Studierenden werden ermutigt, sich für solche Ernstfälle beim mathematischen Problemlösen individuell hilfreiche Strategien zusammenzustellen (Karte B.4). Und schließlich wird ein niedrigschwelliger und lösungsorientierter Zugang zum Thema Prüfungsangst angeboten (Karte B.5). Diese Karte kann Berater:innen und Studierende anhand von sieben anschaulichen Handlungsfeldern darüber ins Gespräch bringen, wie Nervosität oder Angst überwunden werden können.

## 3.3 Erarbeiten und Verstehen

Die Auseinandersetzung mit Mathematik findet an Hochschulen und Universitäten im Rahmen eines Vermittlungsprozesses statt, in welchem Studierende nach und nach mit mathematischer Theorie konfrontiert werden. In aller Regel wird im Curriculum zunächst ein „Grundkanon" gelehrt, auf dem im weiteren Verlauf des Studiums gegebenenfalls speziellere Bereiche aufbauen. Mathematik ist eine sehr alte Wissenschaft, die jedoch immer wieder Umbrüche in Notation und Struktur erlebt hat. Heutzutage ist die Darstellung mathematischer Zusammenhänge international weitgehend einheitlich.

Der in der Regel systematische Aufbau von Mathematik in Hochschule und Universität in der Lehre setzt sich aus der Vermittlung von Definitionen, Sätzen und Beweisen zusammen. Definitionen dienen der exakten Erklärung von Begriffen. Sätze stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her oder zeigen die Auswirkungen der Anwendung von Begriffen auf. Mittels der Beweise werden die Sätze auf Wahrheit und Gültigkeit überprüft.

Spezifika der wissenschaftlichen Mathematik sind die Abstraktheit der Gegenstände und die Strenge in der Beweisführung. Insbesondere die Abstraktheit kann zu der Ansicht verleiten, man hätte „verstanden" worum es geht. Manchmal zeigt sich aber, dass eine auswendig gelernte Definition nur wie ein Text in einer Fremdsprache reproduziert wird, ohne verstanden worden zu sein. Mathematischen Inhalte sollten jedoch erarbeitet und verstanden werden, sonst bleibt der „Text" ohne Bezug.

Erarbeiten und Verstehen von mathematischen Inhalten hat viel mit emotionaler Bereitschaft zur Investition von Zeit, Durchhaltewillen und positiven Selbstwirksamkeitserfahrungen in Mathematik zu tun. Ergänzen können dies z.B. spezielle mathematische Erarbeitungsstrategien (vgl. Alcock 2013, Houston 2012 oder Grinberg 2008), die aber meist nicht explizit im Studium vermittelt werden. An diesen Strategien setzen die Karten aus dem Bereich C *Erarbeiten und Verstehen* an. Sie beziehen sich auf die elementaren Strukturelemente wissenschaftlicher Mathematikvorlesungen: *Definitionen (Karte C.1), Sätze (Karte C.2)* und *Beweise (Karte C.3)* und geben für jeden dieser Bereiche eine Auswahl an Schwerpunktstrategien zur Erarbeitung an.

Zusätzlich wurden drei Karten zu *Ordnung im Kopf - Vernetzung* (Karte C.4), *Rechenverfahren und Algorithmen* (Karte C.5) und *Abstrakte Ideen* (Karte C.6) entworfen. Diese Karten beziehen sich sowohl auf übergeordnetes mathematisches Lernverhalten (Vernetzung), als auch auf spezielle Themen der eher abstrakteren universitären Mathematik (abstrakte Ideen) und der oft eher angewandten Hochschulmathematik (Algorithmen).

Zu Beginn des Studiums ist es Lernenden mitunter noch nicht bewusst, dass ein reines Auswendiglernen von z.B. Algorithmen für die Erarbeitung der wissenschaftlichen Mathematik auf Dauer nicht tragfähig ist. Sie verfügen aber in der Regel noch nicht über andere, speziellere Erarbeitungsstrategien, da in der Schule Begriffe meist in didaktischer Form eingeführt, d.h. so präsentiert oder mit Beispielen hinterlegt werden, dass das Verstehen besser gelingt. Diese „Übersetzungsaufgabe" übernehmen Lehrpersonen und Schulbücher. Im Studium steht das Fach für sich und „will" erarbeitet werden. Darüber hinaus ist das inhaltliche Tempo in Studienveranstaltungen um ein Vielfaches höher.

Die typischen Fragen von Studierenden in Mathematikveranstaltungen, „Was soll das?", „Wozu brauchen wir das?" oder „Was nützt das?", sind unter anderem Ausdruck von fehlenden Erarbeitungsstrategien. Genau diese Punkte sind es, die von Studierenden erarbeitet werden müssen, um Mathematik zu verstehen. Lassen Sie sich in Beratungssituationen durch solche Äußerungen nicht dazu verleiten zu glauben, dass die Mathematikveranstaltung „schlecht" durchdacht war. In erster Linie geht es in der Beratung darum, dass die Lernenden darin unterstützt werden, mit der Erarbeitung des Stoffes in Zukunft besser zurechtzukommen.

Um Mathematik gründlich zu verstehen, benötigen Lernende über das strenge Nachvollziehen und Lernen der jeweils einzelnen Definitionen, formalen Sätze und Beweise hinaus auch noch eine Auseinandersetzung mit der Relevanz (Sinnstiftung, Bedeutung) der einzelnen Gegenstände. Diese Relevanz kann sich in der Auseinandersetzung mit dem Gegenstand in Bezug zu anderen Gegenständen in der Theorie ergeben. Sie kann sich allerdings auch dadurch ergeben, dass sich „handhabbare" Beispiele für einen Begriff ergeben, die sichtbar machen, dass der Begriff nicht nur einwandfrei definiert ist, sondern auch vernünftig im praktischen Umgang funktioniert. Diese Einsicht kann für Lernende außerordentlich hilfreich sein. Und schließlich gibt es für ausgewählte Begriffe oder Verfahren Anwendungen außerhalb der Mathematik, die bei Bedarf den außermathematischen Bezug der Theorie belegen können.

Wenn Lernende in die Lage versetzt werden, sich die mathematische Theorie in weiten Teilen selbst zu erarbeiten, dann sind sie in gewisser Weise autonome Lernende geworden. Falls nötig, werden sie später in der Lage sein, sich mit Hilfe von Fachbüchern auch andere Bereiche der Mathematik zu eigen zu machen.

Die Erarbeitung von mathematischer Theorie ist zudem eine gute Voraussetzung für den flexiblen Umgang mit Aufgaben (siehe 3.4), auch wenn der umgekehrte Weg, dass nämlich über die Konfrontation mit Aufgaben der Zwang zum Erarbeiten der präsentierten Theorie gegeben ist, unserer menschlichen Trägheit eher gelegen kommt. Spätestens kurz vor der Prüfungsvorbereitung zeigt sich, dass diejenigen, die sich die Theorie eigenständig und sorgfältig erarbeitet haben, besser vorbereitet sind.

Schließlich sei noch hinzugefügt, dass der Fokus auf den Erarbeitungsprozess in der Beratungskartei nicht darüber hinwegtäuschen soll, dass ab einem bestimmten Punkt auch in Mathematik auswendig gelernt werden sollte. Dies ist genau dann sinnvoll, wenn der jeweilige Zusammenhang verstanden wurde. Die exakte Definition oder der exakte Satz können dann genau die Grundlage sein, auf der Aufgaben besser bewältigt werden können.

Auswendiglernen ohne Verständnis hat in Mathematik wenig Sinn und wird in Prüfungen in der Regel nicht zur Verbesserung des Ergebnisses führen. Dieser Erkenntnis sollte sich noch eine weitere anschließen: Es kann sein, dass nicht alle Studierenden das ganze Skript „verstehen". Dies muss auch nicht in allen Fällen nötig sein, denn eine weitere zu erwerbende Kompetenz in Mathematik besteht darin, aus der scheinbar gleichförmig dargebotenen Struktur die wichtigeren und unwichtigeren Dinge herauszufiltern. Für Lernende kann es emotional sehr entlastend sein, zu erfahren, dass es zum Bestehen der Prüfung ausreichen kann, sich einige wichtige Dinge vorzunehmen und gut zu erarbeiten – und an manchen Stellen auf nicht so wichtige Details verzichten zu können.

## 3.4 Probleme lösen und Aufgaben bearbeiten

Das flexible Arbeiten mit mathematischen Konzepten lernt man nur über das Lösen (schwieriger) mathematischer Aufgaben: „What mathematics is really all about is solving concrete problems." (Halmos & Moise & Piranian 1975, S. 467) Nur dadurch lernen Studierende, Mathematik als arbeitsfähiges Werkzeug zur Lösung innertheoretischer wie auch anwendungsbezogener Probleme zu nutzen. Deswegen bilden Übungsaufgaben einen integralen Bestandteil der meisten Veranstaltungen des Mathematikstudiums. Nicht selten muss davon ein gewisser Prozentteil richtig bearbeitet sein, damit der oder die Studierende zur Abschlussklausur zugelassen wird.

Die Bearbeitung dieser Aufgaben stellt viele Studierende vor große Herausforderungen. Um sie zu lösen, muss das passende Hintergrundwissen aufgefunden und so tief durchdrungen und verstanden werden (siehe Kap. 3.3 *Erarbeiten und Verstehen*), dass man mit ihm souverän „spielen", d.h. es geschickt anwenden und kombinieren kann. Das allein reicht aber nicht aus: Schwierige Aufgaben lassen oft trotz intensiver Vorüberlegungen nicht den geringsten Ansatz eines Lösungsweges erkennen. Deswegen muss zu einem tiefgreifenden Verstehen ein enormes Maß an Durchhaltevermögen, Frustrationstoleranz, Selbstvertrauen und Mut hinzukommen – Mut, sich blind auf einen noch nicht überschaubaren Lösungsweg zu begeben.

Als empathische:r Lernberater:in würde man Studierenden gern ein Universalrezept an die Hand geben, mit dem man jede auch noch so anspruchsvolle Aufgabe lösen kann. Für diese Art von komplexen Problemen gibt es aber kein solches Rezept und wird es wohl auch nie geben (Polya & Szegö 1970). Dass Studierende durch die Lehrenden vor solche zunächst unlösbar scheinenden Probleme gestellt werden, hat jedoch Gründe: Zum einen sind solche Schwierigkeiten Auslöser für eine vertiefte Auseinandersetzung mit den Inhalten und zum anderen dienen sie der Vorbereitung auf eine forschende Haltung im Studium (Link & Schnieder 2016).

Es gibt allerdings starke Indizien dafür, dass man das Lösen schwieriger Aufgaben durchaus trainieren und seine Fähigkeiten darin verbessern kann (Schoenfeld 1985). Wenn man Mathematiker:innen bei ihrer Arbeit an Forschungsproblemen über die Schulter schaut, lassen sich durchaus eine Reihe elementarer und sehr hilfreicher Strategien entdecken, die eine erfolgreiche Bearbeitung schwieriger Aufgaben unterstützen können. Deswegen wurde auch das Thema *Probleme lösen und Aufgaben bearbeiten* in einem eigenen Kartenbereich mit insgesamt fünf Karten aufgenommen. Dabei geht es natürlich nicht darum, dass Sie, als Lernberater:in und womöglich mathematischer Laie mit Ihren Studierenden nun auch noch schwierige Aufgaben lösen sollen. Das Ziel dieser Karten besteht vielmehr darin, die Lernenden mit diesen Strategien allererst bekannt zu machen und sie an ein erstes Arbeiten mit ihnen heranzuführen.

Eine Auswahl der für Studierende erfahrungsgemäß wichtigsten Strategien wurden im Kartenbereich D zusammengestellt. Dabei handelt es sich um die Strategien *Aufgaben verstehen, Vorwissen aktivieren,* m*athematisches Wissen korrekt anwenden, nach verwandten Aufgaben suchen, Fehler finden und Ihnen vorbeugen.* Sie werden im Folgenden kurz vorgestellt:

***Verstehe ich die Aufgabe und weiß ich, was ich tun soll?*** In der Tat verwenden viele Mathematiker:innen viel Zeit auf die genaue Erarbeitung und das Verstehen ihrer „Probleme“ und Aufgaben – nicht zuletzt auch um zu klären, worin ihre Aufgabe eigentlich besteht, was sie eigentlich tun müssen, um sie zu lösen? „Es klingt banal zu bemerken, daß man nur Aufgaben lösen kann, die man kennt. [...] Dazu müssen Sie über die Aufgabe bei der ersten Lektüre mindestens so lange nachdenken, daß Sie die Aufgabenstellung in eigenen Worten wiederholen können, d.h. Sie müssen die Aufgabe jederzeit einem Kommilitonen erklären können. Formulieren Sie also die Aufgabenstellung in eigenen Worten ohne Rückgriff auf das Aufgabenblatt.“ (Lehn 2005) Für Mathematiker:innen ist es selbstverständlich, dass das Verstehen einer Aufgabe nicht vom Himmel fällt, sondern ein aktiver Prozess ist. Dieser Prozess ist durch bestimmte Leitfragen strukturiert, die deutlich mehr umfassen, als ein Verständnis des bloßen Wortlauts zu erlangen.

***Vorwissen aktivieren – Nichts ist neu und alles ist schon einmal dagewesen!*** Forschungsprobleme lösen heißt, intelligent an Vorwissen anzuknüpfen und dieses klug zu kombinieren. „Man kann sich kaum eine absolut neue Aufgabe vorstellen, die jeder früher gelösten Aufgabe unähnlich ist und keinerlei Beziehungen zu ihr aufweist […] In der Tat profitieren wir jedes Mal, wenn wir eine Aufgabe lösen, von früher gelösten Aufgaben, indem wir ihr Resultat benutzen oder die

Lösungsmethode oder die Erfahrung, die wir durch die Lösung erworben haben.“ (Polya 2010, S. 154) Die sorgfältige Suche nach passendem Vorwissen ist deshalb ein wesentliches Anliegen für viele Mathematiker:innen.

***Mathematische Regeln anwenden und auf Passung prüfen.*** Mathematische Regeln auf konkrete Aufgabensituationen korrekt anzuwenden, ist eine anspruchsvolle, Konzentration und Sorgfalt erfordernde Tätigkeit (Halmos 1985, S. 69). Um sie mit dem erforderlichen Maß an Präzision auszuführen, haben Mathematiker:innen gewisse Strategien entwickelt.

***Lösungsideen entwickeln – nach verwandten Aufgaben suchen.*** Ein Ratschlag von Polya (2010, S. 1) lautet: „Wenn Du die vorliegende Aufgabe nicht lösen kannst, so versuche, zuerst eine verwandte Aufgabe zu lösen. Kannst Du Dir eine zugänglichere Aufgabe denken? Eine allgemeinere Aufgabe? Eine speziellere Aufgabe? Eine analoge Aufgabe?“. Drei besonders elementare, aber sehr nützliche Strategien dazu sollen hier kurz angerissen werden.

- *Definitionen anwenden*: Die französischen Mathematiker Pascal und Hadamard haben deutlich betont, dass das Zurückgehen auf eine Definition wichtig ist, nicht nur um die Gültigkeit eines Beweises zu untersuchen, sondern ihn auch allererst zu finden. In diesem Sinn betont Pascal die Wichtigkeit der Regel „Ersetze die Definitionen gedanklich an die Stelle der definierten Ausdrücke.“ (Polya, 2010, S. 90).
- *Mit Gleichungen experimentieren*: Mathematische Experimente waren immer ein konstitutiver Bestandteil mathematischer Forschung. “It is propably the case that most significant advances in mathematics have arisen from experimentation with examples (Epstein & Levy 1995, S. 670). Experimentelle Mathematik ist ein zunehmend an Bedeutung gewinnender Zweig der Mathematik. Das Experiment in der Mathematik hat durchaus Ähnlichkeiten mit den Labor-Experimenten der empirischen Naturwissenschaften wie Biologie und Physik (Borwein & Baileys 2004, S. 3).
- *Beispiele konstruieren und Visualisierungen:* Beispielen kommt für das Lösen mathematischer Aufgaben eine kaum zu unterschätzende Rolle zu. So schreibt Richard Courant (1981, S. 161) „ If you want to solve a problem, [...] specialize it as much as

you can without sacrificing its core [...] without loosing its punch, and then you solve it.“

***Fehlern vorbeugen und sie finden.*** In der Mathematik werden komplexe Zeichensysteme nach komplizierten Regeln bearbeitet und umgeformt. Deswegen ist die hohe Fehlerhäufigkeit gerade während der Arbeit an einer Aufgabe wenig überraschend, und zwar bei Profis und Anfänger:innen gleichermaßen. Profis sind allerdings erheblich fehlersensibler als Anfänger:innen. Das hat neben handwerklichen Aspekten auch mit ihrer Einstellung zur Mathematik insgesamt zu tun: Fühle ich mich letztlich für die Kontrolle und die Qualität meiner eigenen Ergebnisse verantwortlich? In diesem Sinn schreibt Hadamard (1996, S. 49): *Good mathematicians, when they make them [errors, J.S.], which is not infrequent, soon perceive and correct them. As for me (and mine is the case of many mathematicians), I make many more of them then my students do; only I always correct them so that no trace of them remains in the final result. The reason for that is that whenever an error has been made, insight – that same scientific sensibility we have spoken of – warns me that my calculations do not look as they ought to.”*

Für die Lernberatung wurden diese Strategien zu Vorgehensweisen ausgearbeitet. Zum Beispiel wurde die Arbeit mit Definitionen (Karte D.4), das Anfertigen von Skizzen (Karte D.1), das Anwenden mathematischer Sätze (Karte D.3) u. a. in typische Schrittfolgen, Arbeitsanweisungen und Fragestellungen übersetzt.

Die zuvor benannten, für den systematischen Aufbau mathematischen Wissens so selbstverständlichen Methoden gehören oft nicht zum sicheren Repertoire der Studierenden. Sie werden nur selten explizit in der Vorlesung behandelt, geschweige denn in eigenen Übungsaufgaben thematisiert und geschult.

Die von uns ausgewählten Strategien waren häufig Gegenstand in den Lernberatungen. Gerade durch ihren handwerklichen Charakter können sie von den Lernenden leicht erfasst, verinnerlicht und umgesetzt werden. Erfahrungsgemäß lassen sie sich auch von Nicht-Mathematikern in der Lernberatung gut begleiten. Nicht zuletzt sind sie in einem zeitlichen Rahmen von ca. einer halben Stunde bearbeitbar.

Die Karten aus dem Bereich D *Probleme lösen und Aufgaben bearbeiten* sind alle ähnlich aufgebaut. Auf jeder Karte werden zu einem übergeordneten Thema einzelne Strategien, Vorgehensweisen und Fragestellungen formuliert.

Die Studierenden erproben die Wirksamkeit dieser Strategien an eigenen Beispielaufgaben und in einem durch die Lernberater:innen begleiteten reflektierten Prozess.
Das einmalige Lesen und Erproben der Karten wird nur selten zu einem guten Verständnis und einer routinierten Übertragung auf andere Aufgaben führen. Dies dürfte sich vielmehr erst ergeben, wenn die Lernenden die Strategien konsequent in ihrer eigenen mathematischen Übungspraxis einsetzen, durchdenken und im Laufe der Zeit immer mehr auf ihren eigenen persönlichen Stil, mathematische Aufgaben zu bearbeiten, anpassen. In den Handreichungen finden sich deshalb immer Fragen zur Metareflexion: Diese Fragen dienen im Sinne erster Schritte eines bewussten Transfers dem Einsatz der angebotenen Strategie im Kontext anderer – mit dem Ziel einer zunehmend routinierten Nutzung der jeweiligen Strategie.

## 4. Fallbeispiele

Im folgenden Kapitel werden Fälle aus konkreten Beratungssituationen geschildert. Die Fälle und Interviewausschnitte sind fiktiv, lehnen sich jedoch an reale Beratungen der Autor:innen an, welche mit Mathematikstudierenden geführt und teilweise aufgezeichnet wurden. Sie illustrieren jeweils einen Kartenbereich.

Dabei sprechen die Studierenden als $S_x$, die Beratenden als $B_x$. Die Berater:innen kommen nach dem Interviewausschnitt persönlich zu Wort. Im Anschluss findet sich jeweils eine Metareflexion zum Gesprächsverlauf.

### 4.1 Fallbeispiel zu *Organisation des Lernens*

#### 4.1.1 Ein Student hat zweimal eine Klausur nicht bestanden und weiß nicht so recht, warum. B ist Lernberaterin.

Der Student sucht die Studierendenberatung zum ersten Mal auf. In knapp zwei Monaten steht der dritte Klausurversuch in Mathematik an. In der Einstiegs- und Kontaktphase des Gesprächs hat die Lernberaterin den zeitlichen Rahmen sowie den groben Ablauf des Beratungsgesprächs bereits skizziert.

$B_1$: Erzählen Sie mal genau, was Sie mitbringen. Worum soll es heute gehen?

$S_1$: (sinkt in sich zusammen) Ja…, ich bin grad unzufrieden im Studium. Ich hab’ keine guten Noten und ich bin in Mathe im zweiten Versuch durchgefallen, obwohl ich mich da so darauf konzentriert habe neben allen anderen Fächern. Ich weiß aber auch, dass ich einfach faul gewesen bin im Semester und was tun muss.

$B_2$: Was heißt das genau, faul gewesen?

$S_2$: Ich mach‘ halt im Semester nichts außer zu den Vorlesungen zu gehen. Ich pendle die letzten 3 Semester noch täglich knapp 90 Minuten von zu Hause mit dem Auto, das kostet voll viel Zeit. Dort hab’ ich dann den Feierabend mit meinen Kumpels gefeiert. Die arbeiten alle und kennen das nicht, dass man sich nochmal hinsetzen muss. Auch am Wochenende nicht. Kurz vor den Prüfungen kriege ich dann Stress und dann ist es aber auch zu viel. Naja, jetzt zieh’ ich aber in zwei Wochen zur Hochschule.

$B_3$: (nickt) Okay. Das klingt doch, als hätten Sie schon eine Konsequenz gezogen: Ihr Umfeld und den Arbeitsplatz zu verändern, Zeit zu gewinnen und mehr an der Hochschule zu sein, wo andere auch studieren und lernen müssen. Und Ihnen ist auch klargeworden, dass Studieren nicht nur heißt, zur Vorlesung zu gehen. Es scheint das sind wichtige Schritte für Sie.

$S_3$: Ja genau und es ist mir auch wirklich wichtig. Aber ich habe voll Angst, dass ich jetzt auch hier versacke.

$B_4$: Was glauben Sie, was bräuchte es noch, dass Sie nicht versacken und auch wirklich etwas tun?

$S_4$: (denkt nach) Ich glaub ich brauche mehr Plan.

$B_5$: Mehr Plan… Mehr Plan in welchen Bereichen? Wobei?

$S_5$: Na, wenn ich jetzt hierherziehe, wird mein Alltag ja total anders sein. Ich hab auch mehr Zeit. … Ich muss mein Studium komplett anders planen, damit das klappt.

$B_6$: Ich verstehe. Sollen wir heute dann mal über Ihre Zeitplanung ganz grundsätzlich sprechen?

$S_6$: Ja, find ich gut.

$B_7$: Gut. Dann ist das unser Thema heute. Was machen Sie denn schon an Planung?

$S_7$: Ach, viel zu wenig. Ich trag halt das Wichtigste ins Handy ein. Manchmal vergesse ich auch Sachen. (überlegt) Das war’s eigentlich.

$B_8$: Soll ich Ihnen mal einen Vorschlag fürs Planen machen, was ich dazu für Gedanken habe?

$S_8$: (richtet sich auf) Okay.

$B_9$: Dann schauen wir mal. Ich zeige Ihnen mal zwei Werkzeuge, die da vielleicht hilfreich für Sie sind. (sucht aus der Beratungskartei die Karten A.2 *Das Semester im Blick und im Griff* und A.4 *Lernroutine im Semester - Wochenplanung* heraus und legt sie auf den Tisch.) Schauen wir erstmal nur grob: Planung im Studium findet für mich auf zwei Ebenen statt. Einmal für das Große und Ganze, als Übersicht – das Semester auf einen Blick.

(zeigt auf die Karte A.2) Ein Semesterplan. Damit man merkt, wie die Zeit voranschreitet und gerade im Sommersemester den Zeitpunkt findet, wann man mit dem ernsthaften Lernen für die Prüfungen einsteigen muss.

$S_9$: (schaut auf einige Details der Karte) Ah ja, so für ein ganzes Semester…

$B_{10}$: Genau… Die zweite Ebene ist die der Woche, (deutet auf die Karte A.4) um feste Termine mit sich selbst zu machen, für die Aufgaben, die man sich vorgenommen hat. Und eine Struktur für die Tage und die ganze Lernwoche hat.

$S_{10}$: (lächelt) Ah ja, das gefällt mir.

$B_{11}$: (lächelt auch) Super. Dann würde ich vorschlagen, wir fangen mit dem Großen und Ganzen an. (deutet auf Karte A.2) Wäre das Okay für Sie?

$S_{11}$: (schaut zufrieden) Perfekt.

$B_{12}$: Gut, dann los. Fangen wir hiermit an. (zieht die Karte zwischen sich und den Studenten und legt Karte A.4 zur Seite) Wir werden hier heute wahrscheinlich die Pläne nicht komplett ausfüllen, aber ich könnte mir vorstellen, dass wir das gut vorbereiten, Sie das bis zum nächsten Termin machen und wir dann gemeinsam draufschauen. (holt Arbeitsvordrucke eines leeren Semesterplans und eines leeren Wochenplans aus einem Ordner)

### 4.1.2 Erinnerungen und Ergänzungen von B

Die Lernberaterin erinnert sich: „Der Student kam zur ersten Beratung fast geduckt in mein Büro, der Händedruck war ganz weich und zu Beginn des Gesprächs schwitzte er. Im Laufe des Termins entspannte er sich und richtete sich etwas auf.

Insgesamt war er am Ende fünfmal in der Beratung. Damit hätte ich zu Beginn nie gerechnet, er wirkte so unmotiviert auf mich und auch etwas verplant, da bin ich wohl erstmal meinen eigenen Vorurteilen aufgesessen. Ich hätte mich nicht gewundert, wenn er nur mal hören wollte, was es so gibt in der Beratung. Dass er den Plan so euphorisch aufnehmen würde, fand ich überraschend.

Der Semesterplan und der ausgefüllte Wochenplan waren für ihn sehr hilfreich und er setzte alles sehr konsequent um. Als Arbeitsort wählte er die Bibliothek. Es dauerte eine Weile, bestimmt 2 Termine, bis er sich selbst vertraute, dass er das Lernen jetzt im Griff hat. Er hatte dann aber auch Erfolgserlebnisse, merkte, dass er weniger Fehler beim Rechnen machte, weil er Routine bekam.

Als Strategien für Mathematik nutzte er das Simulieren von Klausuren, um Aufgabentypen gemischt zu bearbeiten, ein Zeitgefühl zu entwickeln und konzentriert zwei Stunden am Stück zu rechnen, nur mit Hilfe seiner Formelsammlung. Bei Aufgaben, die er nicht lösen konnte, sprache er einen Kommilitonen an, mit dem er sich mehrmals zusammensetzte und Fragen klärte. Einmal war er auch mit einer Liste von Fragen, die er gut vorbereitet hatte, in der Sprechstunde seiner Professorin.

Alles in allem war der Student am Ende wirklich sehr gut strukturiert und hatte nur noch selten das Problem damit, sich zu organisieren. Die Klausur lief sehr gut und der Student erlebte sie als angenehm. Am Ende des Beratungsprozesses war er zuversichtlich für die kommenden Prüfungen und sehr dankbar."

4.1.3 Metareflexion: Was man an diesem Beispiel sehen kann.
Zu Beginn des Gesprächs stellt sich heraus, dass der Student mit der Entscheidung an den Studienort zu ziehen bereits einen großen Schritt getan hat, um seine Studienbedingungen und sein Lernverhalten verbessern zu können. Diese Ressource nimmt die Beraterin einfühlend wahr und spiegelt sie wider ($B_3$).

In der Folge gibt die Beraterin Impulse, um das Anliegen für das aktuelle Gespräch genauer herauszuarbeiten ($B_4$ – $B_7$). Mit der Äußerung „Gut. Dann ist das unser Thema heute." ($B_7$) steht dann der vorläufige Arbeitsauftrag fest.

Vermutlich antizipiert die Beraterin bereits hier, die Karten A.2 *Das Semester im Blick und im Griff* und A.4 *Lernroutine im Semester - Wochenplanung* für die Weiterarbeit anzubieten. Bevor sie die Karten aber ins Spiel bringt, fragt sie, was der Student bereits unternommen habe, wie er bisher plane: „Was machen Sie denn schon an Planung?" ($B_7$).

Diese Klärung ist für beide Seiten wichtig, um für die folgende Bearbeitung des Anliegens besser zu sehen, welche Lösungsideen und -ansätze bereits vorhanden sind und was davon in der Vergangenheit gut oder auch nicht so gut funktioniert hat.

Die Karten A.2 und A.4 thematisieren die semesterübergreifende und die wöchentliche Organisation des Lernens. Beide Karten sind recht umfangreich; sie können selten in einem Beratungsgespräch vollständig bearbeitet werden. Deswegen ist es an dieser Stelle sinnvoll, sie zunächst beide zu zeigen und anzubieten und auswählen zu lassen.

## 4.2. Fallbeispiel zu *Emotion und Motivation*

### 4.2.1 Eine Studentin will sich auf den Drittversuch einer Prüfung vorbereiten. B ist Mathematikdozent.

Eine Studentin war im ersten und zweiten Versuch der Prüfung Mathematik 2 gescheitert und musste ein Jahr warten, um den Drittversuch anzutreten.

Sie war im vergangenen Jahr bereits einige Male in der Beratung. Thema war dabei fast durchgehend die Organisation des Lernens und es gab immer wieder auch fachliche Fragen, die sie an den Dozenten richtete. Einige Wochen vor dem Drittversuch hat sie sich wieder für die Beratung angemeldet.

Das Vorgespräch hat stattgefunden, beide sitzen.

$B_1$: (hat Papier und Stift vor sich liegen) Was möchten Sie denn besprechen?

$S_1$: Ich möchte gern einzelne Aufgaben mit Ihnen durchsprechen, die mir immer noch nicht klar sind (zeigt durchgearbeitetes Skript). Hier.. und hier.. (zeigt auf Aufgaben).

$B_2$: Ich notier mir erst einmal alles, was sie erzählen. Und dann können wir nachher gemeinsam auf die Liste gucken und entscheiden, was wir zuerst machen wollen (guckt auf). Konkrete Aufgaben berechnen. Wär‘ das so ein Punkt den wir hier behandeln können?

$S_2$: Ja, genau.

$B_3$: (notiert) Okay. Gibt’s noch andere Themen?

$S_3$: Ja, also für mich wäre auch noch wichtig, dass die Klausur ansteht. Der dritte Versuch ist ja schon eine andere Nummer. Wenn ich den nicht schaffe, dann muss ich das Studium beenden. Am Anfang war ich ja nicht so sicher, ob Mathe wirklich das Richtige für mich ist, weil ich immer den Anspruch hatte, besonders gut zu sein und das nicht geklappt hat. Aber jetzt will ich doch dabeibleiben. Und da wär es echt blöd, diese eine Klausur nicht zu bestehen. Das macht mich schon ziemlich nervös im Moment. Auch wenn es nur ums Bestehen geht.

$B_4$: Ich sag mal: Kann ich verstehen, dass Sie da nervös sind. Wie lief es denn in den anderen Prüfungsversuchen? Waren Sie da in der Prüfung auch noch nervös?

$S_4$: Naja, also in der zweiten Prüfung war ich ja schon viel besser organisiert und vorbereitet, aber als ich in der Prüfung gemerkt habe, dass es nicht so läuft, hab ich schon kurzzeitig Panik gekriegt.

$B_5$: Ok, soll ich die Panik in der Prüfung auch Thema notieren?

$S_5$: Ja.

$B_6$: Acht Wochen ist ja noch Zeit. Haben Sie schon Ideen und Erfahrungen aus anderen Klausurvorbereitungen, die für Sie schon gesetzt sind?

$S_6$: Also ich hab mir wieder einen Arbeitsplan bis zur Prüfung gemacht und hab jetzt auch das Gefühl, dass ich gut einschätzen kann, wie lang die Phasen zum Lernen sein dürfen und wie ich mich so organisiere, dass ich das durchhalte. Damit hab ich auch schon angefangen. Mittags gehe ich laufen, damit ich rauskomme und hinterher weiterlernen kann. Meinen Freunden hab‘ ich gesagt, dass die Klausur ansteht und ich grad keine Zeit hab‘ und die verstehen das jetzt auch. Also der Rahmen, würde ich sagen, ist geschaffen. Manchmal habe ich so Einstiegsschwierigkeiten, wenn ich mich nach dem Frühstück dran setzen soll. Dann würde ich am liebsten noch etwas länger mit meinen Mitbewohnern quatschen. Aber vielleicht ist das ja auch normal.

$B_7$: (notiert). Das wär also auch ein Thema? Anfangen können?

$S_7$: Ja.

$B_8$: Gut, dann haben wir ja einiges! Das sind jetzt erst mal drei Themen, jetzt könnten wir erst mal gucken, wie wir die Prioritäten legen. Ich hab mir Folgendes notiert. Erstes Thema: Konkrete Aufgaben berechnen. Zweites Thema: Nervös sein in der Prüfung. Drittes Thema: Den Einstieg ins Lernen finden.

$S_8$: (nickt)

$B_9$: Gut. (überlegt kurz, nimmt die Übersichtskarte Z.0). Die kennen Sie ja schon aus vorherigen Terminen (lacht). Das sind ja ganz

unterschiedliche Dinge, die Sie angesprochen haben.
Fachfragen kann ich Ihnen gern beantworten, dann wären wir hier in dem Bereich C *Erarbeiten und Verstehen* oder im Bereich D *Probleme lösen und Aufgaben bearbeiten*. Da müssten wir vielleicht auch noch etwas tiefer rein und überlegen, ob Sie noch eine Strategie brauchen, wie Sie solche Fragen selbst klären können. Ich kringel mal die Überschrift ein (macht einen Kreis um beide Oberthemen).
Dann die Nervosität in Prüfungen, das wäre hier die Karte B.5 *Erste Hilfe bei Prüfungsangst*. Für Prüfungsangst muss man ja nicht gleich panisch den Klausursaal verlassen haben. Auf der Karte sind wirklich ein paar gute Tipps.
Und zum Thema Einstieg ins Lernen würde ich B.2 *Lust auf Mathe* vorschlagen. Was wäre denn jetzt so das Allerwichtigste für Sie.

$S_9$: Naja, also... Wenn ich nachher noch kurz zwei inhaltliche Fragen stellen kann, dann würde mich schon interessieren, was man gegen Nervosität in Prüfungen tun kann.

4.2.2 Erinnerungen und Ergänzungen von B
Der Mathematikdozent erinnert sich: „Die Studentin, die wegen des Drittversuchs zu mir kam, kannte ich schon gut. Zu Beginn der ersten Beratungen war es mir nicht gelungen, mit ihr über Strategien oder Lernen zu sprechen. Ihr Anliegen war immer, Fachfragen zu stellen, die ich dann beantworten sollte. Sie war gut vorbereitet, also bin ich darauf eingegangen.

Irgendwann wollte sie eine Aufgabe mit mir ansehen und ich habe sie an einer Stelle nachdenken lassen, weil sie nicht weiterwusste. Da ist sie schnell ungeduldig geworden und so schloss sich das erste Gespräch über ihre Lernsituation an. Sie erzählte, dass sie so viel für Mathematik tue, aber das Gefühl habe, dass es gar nichts nütze. Sie saß wohl sehr lang am Schreibtisch, aber das Lernen war nicht wirklich intensiv. Das war für mich wirklich interessant und es gab dann ein paar Termine, bei denen sie durch Tipps im Bereich Lernorganisation viel besser mit dem Stoff zurechtkam.

Zum Beispiel wollte sie irgendwann „schneller“ werden bei der Bearbeitung von Aufgaben. Ich habe mit ihr *Materialorganisation* auf der

Karte A.*5 Lernplanung und Prüfungsvorbereitung oder* C.4 *Ordnung im Kopf – Vernetzen* angesehen. Beim nächsten Termin brachte sie plötzlich eine Tabelle mit, in der sie sämtliche Übungsaufgaben aus dem Semester thematisch sortiert hatte. Ich war beeindruckt, muss ich sagen, und die Studentin war ziemlich stolz. Sie sah plötzlich alle möglichen Zusammenhänge zwischen den Aufgaben, die sie mir dann präsentierte. Für mich war das nichts Neues, aber dass sie das vorher nicht im Blick hatte, war mir so gar nicht bewusst gewesen.

Ich hatte sie ja nun lang nicht gesehen und bei diesem Termin hatte ich schon das Gefühl, dass das Thema Organisation eigentlich abgegrast ist. Als sie das mit der Nervosität in Prüfungen erwähnte, wurde ich selbst innerlich etwas nervös. Für so etwas bin ich ja nun nicht direkt der Spezialist. Normalerweise schicke ich die Studierenden, die mir gegenüber das Wort Prüfungsangst äußern, direkt in die entsprechende Beratungsstelle unserer Hochschule. Aber in diesem Fall hatte ich das Gefühl, dass ich die Studentin schon etwas einschätzen kann und dass sie stabil genug ist, um mit mir darüber zu sprechen.

Im Gespräch über die Fragen auf der Karte wurde der Studentin schnell klar, dass die Prüfungsangst sich wirklich in einem „normalen“ Rahmen befindet. Sie wurde dann aber doch nachdenklich, weil sie merkte, dass es ihr in Wahrheit doch noch nicht „nur ums Bestehen“ geht, sondern dass der Leistungsanspruch, den Sie ins Studium mitbrachte, weiter an ihr hängt.

Da endete dann sowohl das Gespräch als auch meine Beratungskompetenz. Wir haben die Fachfragen noch geklärt und ich habe ihr die Stelle für psychotherapeutische Beratung ans Herz gelegt, falls sie jemand für die vertiefte Auseinandersetzung mit dem eigenen Leistungsanspruch suchen will.“

4.2.3 Metareflexion: Was man an diesem Beispiel sehen kann.
Das Gespräch wird vom Berater immer wieder gegliedert. Es wird sichtbar, wie unterschiedlich die Themen sind, die zu Tage treten und allen gibt er Raum. Vor dem Notieren versichert er sich bei der Studentin, ob er das tun soll ($B_2$, $B_5$, $B_7$). Zum Schluss der Sammlung klärt er die Wichtigkeit bzw. Dringlichkeit der unterschiedlichen Anliegen ($B_8$ und $B_9$) und legt gemeinsam mit der Studentin fest, womit beide sich im Folgenden befassen werden. Dieser Punkt ist wichtig, damit das Gespräch im Sinne der Studentin geführt wird und es eine Übereinkunft gibt, dass das gewählte Thema das aktuell für sie relevante ist.

Manchmal muss man als Berater:in kurz innehalten, um die geäußerten Anliegen den Karten zuzuordnen. In diesem Beispiel nutzt der Lehrende die Übersichtskarte, um ganz transparent zu machen, welche Bereiche oder welche konkreten Karten er als Ansatzpunkte für die Weiterarbeit sieht und versteckt nicht, dass er sich selbst innerlich ordnen muss ($B_9$).

Der Dozent lässt mit der Auswahl der Übersichtskarte zu, dass er auch über die Themen Motivation und Emotion sprechen würde. Aus Sicht der Beratung ist es gut, dass er der Studentin den Raum dafür gibt, auch solch ein Thema zu wählen, und das Gespräch nicht auf Fachfragen reduziert. Interessant ist (und wird deutlich in den Erinnerungen und Ergänzungen von B.), dass ihn selbst das reine Beantworten von Fachfragen in der Vergangenheit nicht zufriedengestellt hat und er selbst die Erfahrung gemacht hat, mit einem übergreifenden Thema (damals Organisation des Lernens) viel erreicht zu haben.

Es ist im Gespräch deutlich geworden, dass die Anliegen der Studentin an vielen verschiedenen Kartenbereichen ansetzen. Neben der Arbeit an Nervosität in Prüfungen könnte im weiteren Verlauf noch geklärt werden, wo es bei der eigenen Beantwortung der Fachfragen hakt, also eher im Bereich „Erarbeiten und Verstehen“ oder im Bereich „Probleme lösen und Aufgaben bearbeiten“.

### 4.3 Fallbeispiel zu *Erarbeiten und Verstehen*

#### 4.3.1 Eine Studentin hat Schwierigkeiten mit dem Mathelernen. B ist Studienberater.

Eine Studentin hatte sich per E-Mail bei der Studienberatung gemeldet und um ein Gespräch zum Thema Lernorganisation in Mathe gebeten. In der E-Mail hatte sie zudem angegeben, dass sie im ersten Semesters ihres Fachstudiums Mathematik an der Universität stehe. Aufgrund des benannten Themas bat der Studienberater sie in der Antwort, ihre Lernmaterialien für Mathematik mitzubringen.

Während des kurzen Einstiegs in die Beratung wirkt die Studentin angespannt.

| | |
|---|---|
| $B_1$: | In Ihrer E-Mail hatten Sie ja das Thema Lernorganisation im Mathe genannt. |
| $S_1$: | Genau. |
| $B_2$: | Ich würde vorschlagen, Sie erzählen mir erstmal ausführlich, wie es Ihnen mit dem Lernen und Studieren so geht. Ich sammle dabei einige Stichpunkte und frage auch mal nach. Und dann schauen wir gemeinsam, was Ihr wichtigstes Anliegen für heute sein könnte. Wäre das für Sie in Ordnung? |
| $S_2$: | (nickt) Ja, finde ich gut. |
| $B_3$: | Dann legen Sie mal los! |

Die Studentin erzählt, dass in einem Monat die Mathematik-Klausur anstünde und sie nicht wisse, wie sie alle Inhalte lernen solle. Aus der Schule kenne sie das gar nicht. Dort sei Mathematik immer ziemlich einfach für sie gewesen. Sie erklärt ausführlich, dass ihr der Durchblick in Mathematik immer noch fehle und sie noch keinen richtigen Zugang zum Mathelernen gefunden habe. Das Erledigen der wöchentlichen Übungsaufgaben sei ihr nur mit der Lerngruppe möglich, alleine schaffe sie es nicht. Es sei ihr aber wichtig, die Klausur zu bestehen. Zur Klausurvorbereitung ergänzt sie, sei sie sich auch nicht sicher, wieviel Zeit sie dafür einplanen müsse, es stünden ja auch noch andere Klausuren an. Sie wisse zudem nicht, wie sie überhaupt sinnvoll für Mathematik lernen könne, und auch zum Beispiel nicht, wie eine gute Formelsammlung für die Klausur aussehen könne.

Der Berater stellt währenddessen vereinzelt Verständnisfragen und schreibt Stichpunkte auf Moderationskarten. Als die Studentin ausgeredet zu haben scheint, fragt er:

| | |
|---|---|
| $B_4$: | Das sind jetzt so die wichtigsten Punkte? |
| $S_4$: | (denkt nach, nickt) Ich denke schon. |
| $B_5$: | Okay, gut. Ich würde jetzt vorschlagen, hier vielleicht ein wenig zu sortieren, damit wir besser sehen können, was für Sie im Moment am wichtigsten ist. |
| $S_5$: | Mhm, okay. |
| $B_6$: | Ich könnte mir vorstellen, dass ich Ihnen mal eine Übersicht über Themenbereiche vorstelle und wir gucken, wie sich Ihre bisherigen Punkte dort einfügen. |

Die Studentin stimmt zu. Der Berater nimmt die Beratungskartei hervor, legt die Übersichtskarte Z.1 auf DIN A4 ausgedruckt aus und erklärt knapp die vier Kartenbereiche. Im gemeinsamen Austausch sortieren sie die auf den Moderationskarten notierten Themen den einzelnen Bereichen zu.

| | |
|---|---|
| $B_7$: | So, jetzt haben wir einen ersten Überblick. Wenn Sie sich das so anschauen, was denken Sie? Sehen Sie vielleicht schon einen Schwerpunkt? |
| $S_7$: | (schaut auf die Karten, denkt nach) Nein, nicht wirklich. Ist ja eine ganze Menge. |
| $B_8$: | Sie hatten ja in der E-Mail die Themen Lernorganisation und Mathematik angesprochen. Was ist denn für Sie das Besondere in Mathematik? |
| $S_8$: | In Mathe verstehe meistens so gut wie nichts – auch wenn ich mich nach der Vorlesung hinsetze und die Sachen noch mal durchgehe. In meiner Lerngruppe gucken die sich da ja ihre Mitschriften aus der Vorlesung an und das reicht dann für die Übungsaufgaben und so. |
| $B_9$: | Aha. Also auch mit Ihren Mitschriften gelingt Ihnen das Verstehen nicht. |

$S_9$: Ja, und auch dann nicht, wenn ich mir YouTube Videos dazu anschaue, bringt nichts. (denkt nach, blickt auf die Übersicht) Also hier (deutet auf die Bereiche 3 und 4) ist vielleicht irgendwo der Wurm drin.

$B_{10}$: Ich sehe. Mein Vorschlag wäre, Sie holen jetzt mal Ihre Mitschrift raus und Sie zeigen mir mal, wie sie damit arbeiten. Vielleicht finden wir dann hier in 3 und 4 einzelne Punkte, die wichtig für Sie sein könnten.

Die Studentin holt ihre Mitschrift hervor, blättert darin herum und nimmt zu einigen Abschnitten Stellung.

$B_{11}$: Sie wirken auf mich, so als wäre es Ihnen gerade völlig unklar, was Sie machen können, um das für Sie ein wenig greifbarer zu machen.

$S_{11}$: Das stimmt.

$B_{12}$: Wenn es für Sie jetzt darum geht, diese Inhalte besser verstehen zu wollen, welche der Karten würden Sie zuerst aufgreifen. Was springt Sie vielleicht sogar an?

Die Studentin schaut sich die Kartenüberschriften in der Übersicht an und entscheidet, sich zunächst die Karte C.3 *Beweise verstehen – präzise bleiben* anschauen zu wollen.

4.3.2 Erinnerungen und Ergänzungen von B

Der Studienberater erinnert sich: „Ich habe in meiner Funktion als Lernberater oft mit Mathematikstudierenden zu tun. Dabei ist es mir oft passiert, dass die Studierenden zu mir mit dem Wunsch kommen, über Lernorganisation in Mathematik zu sprechen. Meistens geht es ihnen darum, die anstehende Klausur mehr oder weniger langfristig vorzubereiten. Im Laufe des Gesprächs stellt sich aber oft heraus, dass es zunächst einmal um ein grundsätzliches Verstehen der Inhalte gehen muss und darum, wie man sich dieses Verständnis selber erarbeiten kann. So richtig habe ich das erst verstanden, als ich gesehen habe wie die Studentin mit Ihrer Vorlesungsmitschrift arbeitet. Sie saß vor ihrem Skript und wusste nicht, was sie als nächstes machen sollte. Sie wirkte sehr hilflos. Da wurde mir klar, wie es sich anfühlt, so gut wie nichts zu verstehen und gefühlt über kein Werkzeug zu verfügen, an diesem Zustand etwas ändern zu können. Gleichzeitig berichtete sie, dass sie großen inneren Leistungsdruck spüre, da sie in der Schule immer erfolgreich in Mathematik gewesen war.

Tatsächlich sollte sich im weiteren Verlauf des Gesprächs herausstellen, dass auch das Thema *Beweise verstehen* noch zu anspruchsvoll war. Der Studentin war zum Zeitpunkt der Beratung nicht klar, wie sie sich die in den Beweisen verwendeten Fachwörter erschließen sollte. Letztlich sind wir bei Karte C.1 *Begriffe und Definitionen – Beispiele finden* gelandet.

Erst als sie eine Idee davon bekam, wie sie sich überhaupt Begriffe erarbeiten konnte, ließ sich ihre individuell erforderliche Lernzeit für diesen Aspekt einigermaßen realistisch abschätzen.

Ihr Ausgangsanliegen, die Klausurvorbereitung, konnte die Studentin allein bewältigen. Es zeigte sich, dass sie, sobald sie einen Einstieg in die Inhalte gefunden hatte, ein Profi in Lernorganisation war. Zum Glück war die Studentin recht früh im Semester in die Beratung gekommen. Dadurch hatte sie noch Zeit für eine ordentliche Klausurvorbereitung. Im Rückblick auch auf andere Beratungsgespräche scheint es mir so zu sein, dass viele Fragen der Lernorganisation sich dann fast von selbst klären, wenn erst mal die elementarsten Grundlagen des Mathematiklernens geklärt sind.“

4.3.3 Metareflexion: Was man an diesem Beispiel sehen kann.
Obwohl die Studentin schon vor dem Gespräch ein relativ konkretes Thema benannt hatte, wird zum Auftakt der Anliegens- und Zielklärung eine Frage gestellt, die alle möglichen Themen, auch über die Beratungskartei hinaus, offenlegt ($B_1$). Auf diese Weise wird einer vorschnellen thematischen Engführung entgegengewirkt.

Mit Moderationskarten lassen sich einzelne im Gespräch benannte Aspekte protokollieren. Die gesammelten Stichworte können dann im weiteren Gesprächsverlauf in der Klärung der Anliegen für die Beratung ggf. einzelnen Karten oder auch Kartenbereichen zugeordnet werden ($B_6$). Die strukturierte Themenklärung wird durch die Übersichtskarte Z.1 ermöglicht. Es bleibt trotzdem noch ausreichend Spielraum für die weitere individuelle Ausdifferenzierung des eigenen Themas.

Die Vielfalt an von ihr vorgebrachten Themen scheint die Studentin zunächst zu überfordern ($S_7$).

Im Folgenden wird sie aufgefordert, ihre Arbeitsweise an einem konkreten Beispiel sichtbar werden zu lassen ($B_{10}$). Hier zeigt sich wie sie konkret beim Mathematiklernen vorgeht. Auch ihre Einstellungen zum Mathematikstudium und zur Mathematik drücken sich in der verbalen und nonverbalen Kommunikation aus. Dies kann Anlass für ein Feedback sein ($B_{11}$).

Es wird der Studentin trotzdem Raum gelassen, eine eigene Karte zu wählen. Es zeigt sich, dass die gewählte Karte C.3 noch nicht perfekt passt, so dass auf die Karte C.1 zurückgegriffen wird.

Die Wahl der Karte liegt hier grundsätzlich auf der Seite der Studentin. Die Zurückhaltung des Lernberaters kann in Unsicherheit gegenüber der Mathematik liegen, kann aber auch in der personzentrierten Haltung begründet sein.

### 4.4 Fallbeispiel zu *Probleme lösen und Aufgaben bearbeiten*

#### 4.4.1 Ein Student, der nicht ins Aufgabenlösen hineinfindet. B ist Mathematikdozentin.

Es geht hier um einen Studenten aus dem Bachelorstudiengang Mathematik an einer Universität. Er ist im 2. Semester und kommt zum ersten Mal zur Dozentin in die Beratung. Ein kurzes Vorgespräch von etwa fünf Minuten hat bereits stattgefunden. Bestandteile waren die Begrüßung und eine Absprache zum zeitlichen Rahmen. Dozentin und Student haben Platz genommen. Der Berater wendet sich dem Studierenden zu.

| | |
|---|---|
| $B_1$: | Was sollen wir heute machen? Haben Sie etwas mitgebracht? |
| $S_1$: | Ich weiß nicht, wie ich in diese Aufgabe hier (zeigt Aufgabe aus dem Skript) einsteigen soll. Wie kann ich das machen? |
| $B_2$: | Kann ich mir die Aufgabe kurz ansehen? (schaut sich die Aufgabe an) Was haben Sie denn bisher so unternommen? |
| $S_2$: | Ich hab mal versucht hier was nachzuschlagen (hält das Skript hin), aber ich weiß gar nicht so richtig, wo ich anfangen soll. |
| $B_3$: | Ok. Das klingt so, als fänden Sie wirklich bisher gar keinen Zugang zur Aufgabe. |
| $S_3$: | (nickt genervt) Ja, ich versteh' da wirklich überhaupt nichts. |

| | |
|---|---|
| $B_4$: | Also mein Vorschlag wäre dann, dass wir jetzt mal genauer gucken, wie man bei so einer Aufgabe einsteigen kann. Ich mach Ihnen einfach mal Vorschläge, wie wir vorgehen könnten. Wäre das ok? |
| $S_5$: | (nickt) |
| $B_5$: | (blättert Beratungskartei durch) Mir fallen verschiedene Ansätze ein Wir könnten uns zunächst einmal mit dem Aufgabenverständnis befassen (legt Karte D.1 hin). Oder wenn Sie sagen, dass das nicht ihr Problem ist, dann gäbe es die Möglichkeit verschiedene Methoden für Lösungsansätze auszuprobieren (legt Karte D.4 hin, Pause.). Was meinen Sie, was Ihnen jetzt besser helfen könnte: Wenn wir gemeinsam prüfen, was Sie von der Aufgabe schon verstehen? Vielleicht haben Sie Lust mir zu zeigen, wie Sie genau vorgehen. Oder wenn wir schauen, mit welchen Methoden man auf Lösungsansätze kommen könnte? Dann hören Sie einfach zu, ich denk‘ laut und Sie können sehen, wie ich an so eine Aufgabe rangehe. |
| $S_6$: | Mich würde das, glaube ich, mehr interessieren, wie man überhaupt auf Lösungsansätze kommen kann (zeigt auf Karte D.4). |
| $B_6$: | Okay. Dann lesen Sie doch erstmal in Ruhe die Karte und dann denke ich mal laut darüber nach, wie ich das auf Ihre Aufgabe anwenden würde. |

4.4.2 Erinnerungen und Ergänzungen von B

Die Mathematikdozentin erinnert sich: „Je länger ich meinem Mathematikstudium und meiner Promotionszeit entwachsen bin, desto schwerer fällt es mir zu verstehen, mit welchen grundlegenden Schwierigkeiten sich Studierende konfrontiert sehen, wenn sie vor einer neuen Aufgabe sitzen. Ein gemeinsames Problem vieler meiner Studierenden ist, dass sie gar nicht genau wissen, wie sie in Aufgaben einsteigen sollen und warum ihnen das an der Universität plötzlich nicht mehr gelingt. Viele beginnen ja das Studium, weil sie in der Schule nicht nur großes Interesse, sondern auch eine gewisse Begabung für das Fach gespürt haben.

Ich muss mich oft bewusst zurückhalten und ruhig bleiben, weil ich kaum aushalten kann, dass es bei den Studierenden mit den Ideen so lang dauert. Meist schlage ich vor, dass wir eine Aufgabenstellung gemeinsam lesen und darüber ins Gespräch kommen. Mir ist wichtig, dass vorab auch meine Rolle als Berater geklärt ist: ob der Student sich äußern will und ob ich dann einhaken soll oder erst im Anschluss – oder ob ich mal laut denke und zeige, wie ich an so etwas herangehe.

Die Karte D.1. wird in der Erstberatung fast nie gewählt, vielleicht glauben die Studierenden, dass sie sich eine Blöße geben, wenn sie offenbaren, dass sie noch nicht alles verstanden haben. Ich hatte aber auch Fälle, wo im Laufe der Zeit Studierende selbst das Gespräch zur Lösungsfindung in die Hand genommen und ihre eigenen Ideen offen präsentiert haben. Das freut mich immer sehr.“

4.1.3 Metareflexion: Was man an diesem Beispiel sehen kann.
Für nicht speziell ausgebildete Beratende ist es nicht einfach, eine unterstützende Schrittfolge einzuhalten, die Beratungsgespräche und -prozesse strukturieren. Dazu gehören, wie in Kapitel 2 dargestellt, verschiedene Phasen, z. B. die Klärung des Rahmens (siehe einleitende Worte zum Fallbeispiel) und des Themas ($B_3$).

Ein Problem für Beratende ohne vertiefte mathematische Kenntnisse ist demgegenüber, wirklich aktiv in die Aufgabenlösung einzusteigen oder so ein Angebot wie lautes Denken zu äußern. Karte D.1 stellt hier einen niedrigschwelligen Einstieg dar und eine Möglichkeit abzuklopfen, wie weit der oder die Studierende bei einer Aufgabe kommt.

Wie in fast jeder Gesprächssituation hätten an dieser Stelle auch weitere Karten angeboten werden können. Es wäre auch möglich gewesen, zu erfragen, ob für die Lösung der Aufgabe schon ein Verfahren bekannt ist, um dann mit Karte C.5 weiterzuarbeiten. Um das Vorwissen für die Aufgabenlösung zu aktivieren hätte D.2 herangezogen werden können.

Aus dem Kartenbereich B *Emotion und Motivation* könnte Karte B.2 hilfreich sein, wenn der Eindruck entsteht, dass Studierende entmutigt sind und ihre Emotionen schlecht regulieren können.

Welche Karten am Ende auf dem Tisch liegen, ist durch die eigene Sichtweise auf die Anliegen beeinflusst und durch das individuelle Gefühl von Sicherheit, mit der man einzelne Karten benutzen kann. Wichtig ist dabei nur das Grundprinzip: Alle Ideen haben einen Angebotscharakter (siehe $B_4$ und $B_5$) und am Ende wählen die Studierenden selbst aus, nachdem ihnen die Grundgedanken zu jeder Karte vorgestellt wurden. Diese Grundhaltung orientiert sich an den Grundsätzen des personzentrierten Ansatzes.

5. Karten

In diesem Kapitel finden sich alle Karten, die für die Beratung zu Verfügung stehen, gegliedert in die Bereiche A *Organisation des Lernens*, B *Emotion und Motivation*, C *Erarbeiten und Verstehen* und D *Probleme lösen und Aufgaben bearbeiten*. Alle Bereiche werden jeweils überblickartig in Kapitel 3 vorgestellt.

Jeder Abschnitt dieses Kapitels beginnt mit einer Abbildung der Karte, danach folgen Hintergrundinformationen und Ideen zur Handhabung.

Neben den schwarz-weißen Abbildungen in diesem Buch finden Sie jede Karte als Online-Ressource in Farbe und im DIN A4-Format zum Ausdrucken.

Wie bereits in der Einleitung zu Kapitel 3 vorgestellt, ist es wichtig zu betonen, dass die Karten ein Angebot der Autor:innen an die Leser:innen sind - ganz im personzentrierten Sinne. Beratende wählen aus allen Karten diejenigen aus, die ihnen handhabbar und nützlich erscheinen. Mit Hilfe der Hintergrundinformationen und Hinweisen zur Handhabung aus diesem Kapitel können sie sich auf den Einsatz der Karten im Gespräch vorbereiten. In den Online-Materialien können unter den farbigen Karten die eigenen Fragen, Informationen und Gedanken notiert werden, sodass diese eine Art „Spicker“ sind.

5.1 Kartenbereich A Organisation des Lernens

Karte A.1: Organisation des Lernens – Übersicht

*Abb. Karte A.1 Organisation des Lernens - Übersicht*

**Hintergrund**

Die Karte *Organisation des Lernens – Übersicht* kann in der Beratung von Mathematiklernenden als Einstieg für eine vertiefende Auseinandersetzung mit diesem ersten Kartenbereich A dienen. Insbesondere für Studierende, die zwar im Bereich der Lernorganisation einen generellen Verbesserungsbedarf ausmachen, aber ihr konkretes Anliegen noch nicht benennen können, hilft die vorliegende Übersicht, eine erste Orientierung über wichtige Teilaspekte und Unterthemen zu gewinnen.

Die Karte eröffnet für das Feld der Lernorganisation sechs Teilbereiche, die in der Beratung von Mathematik-Studierenden häufig als Schlüsselthemen bzw. für den Lernerfolg zentrale Aspekte benannt werden. Jedem dieser Themen sind konkrete, quasi prototypische Beispiele aus der Beratungspraxis zugeordnet. Die Studierenden sollen anhand dieser Beispiele besser ausmachen können, wo genau im Bereich der Lernorganisation ihre etwaigen Verbesserungsschwerpunkte liegen. Sind diese Schwerpunkte gefunden, kann in der Folge mithilfe der jeweiligen Anschlusskarten weitergearbeitet werden.

Die Auseinandersetzung mit der vorliegenden Übersichtskarte kann aber auch zu dem Ergebnis führen, dass die oder der Studierende feststellt, im Bereich der Lernorganisation bereits auf einem guten Weg zu sein. In diesem Fall werden die eigentlichen Schlüsselthemen wahrscheinlich auf einer anderen Ebene, in einem anderen Kartenbereich liegen.

**Handhabung**

Erläutern Sie kurz die Grafik und das weitere mögliche Vorgehen.

| | |
|---|---|
| B: | Ich habe hier eine Übersicht über sechs mögliche Themen, die im Bereich Organisation des Lernens eine Rolle spielen können. Soll ich sie Ihnen einmal vorstellen? |

Begleiten Sie die Studierenden Punkt für Punkt in ihrer Reflexion, Selbsteinschätzung und späteren Auswahl. Die folgenden Formulierungen können dabei hilfreich sein:

B: Wie organisieren Sie bislang Ihr (Mathematik-)Lernen?

B: Mit Blick auf die hier aufgeführten Teilbereiche der Lernorganisation: Wo fühlen Sie sich schon gut aufgestellt? Wo möchten Sie vielleicht noch etwas verändern? Welche der genannten Beispiele treffen so (oder ähnlich) auf Sie zu?

B: Über welchen Bereich möchten Sie vielleicht noch mehr erfahren oder stärker nachdenken?

Sollte es Studierenden schwerfallen, sich für nur ein Thema zu entscheiden, sammeln Sie alle Themen, die genannt wurden. Im Anschluss können Sie gemeinsam priorisieren, welches zuerst behandelt werden soll.

Wenn einzelne Bereiche ausgewählt sind, bieten Sie an, gemeinsam mit den zugehörigen Anschlusskarten weiterzuarbeiten.

B: Möchten Sie sich dazu die Karte … mal genauer anschauen?

Karte A.2 Das Semester im Blick und im Griff

*Abb. Karte A.2 Das Semester im Blick und im Griff*

**Hintergrund**

Für viele Lernende erwächst erstmalig mit dem Hochschulstudium die Notwendigkeit, einen Kalender – in Papierform oder auch digital – zur Planung ihrer Lernaufgaben zu nutzen. Im Laufe eines Semesters müssen verschiedenste Termine und Fristen im Blick gehalten werden. Oft wird auf unterschiedlichen Ebenen und an mehreren Aufgaben parallel gearbeitet, um die zeitlichen Vorgaben erfüllen zu können. Gerarde in der Mathematik hängt der Studienerfolg maßgeblich einerseits vom Verstehen der Inhalte und andererseits vom vertiefenden, festigenden Üben ab. Beides erfordert Zeit und einen hinreichend freien Kopf. Wer sich im Studium die Zeit gut einteilt, vorausschauend lernt und arbeitet, hat weitaus größere Chancen, den komplexen Anforderungen besser gerecht zu werden.

Eine realistische und gleichzeitig individuell stimmige Zeit- und Aufgabenplanung fällt den meisten Studierenden nicht einfach so zu, sondern sie wird meist im Laufe der ersten Semester entwickelt und immer wieder modifiziert. Die vorliegende Karte will in diesem Prozess bei Bedarf Hilfestellungen und Anregungen bieten. Sie stellt ein realitätsnahes Beispiel einer Semesterplanung vor.

Die Erstellung eines Semesterplans erfolgt idealerweise in drei Schritten: Um einen ersten Überblick zu gewinnen, werden zunächst alle verbindlichen Studientermine, anderweitigen Aktivitäten und Verpflichtungen eingetragen. Der zweite Schritt dient der realistischen Einschätzung: Wieviel Zeit sollte für die jeweilige Aufgabe eingeplant werden, z. B. für die Vorbereitung auf eine Prüfung oder die Arbeit an einem Projekt? Im letzten Schritt werden schließlich die konkreten Tage für das Lernen und Arbeiten festgelegt.

Nicht selten stellt sich für Studierende im Laufe eines solchen Planungsprozesses heraus, dass sie sich für ein Semester zu viel vorgenommen haben oder dass sie wesentlich früher in eine intensive Lernphase einsteigen sollten, als ursprünglich gedacht. Solche Erkenntnisse werden zwar meist als unangenehm empfunden, sie sind jedoch angesichts der dadurch vermeidbaren Konsequenzen als überaus wichtig und hilfreich zu erachten.

Der vorgestellte Semesterplan dient der Gewinnung des Überblicks und der groben zeitlichen Planung für ein ganzes Semester. Als weiterführende Karten zur etwaigen Weiterarbeit und Vertiefung bieten sich an: Karte A.4 für die Feinplanung auf der Ebene einzelner Wochen und Tage sowie Karte A.5 für die konkrete Vorbereitung auf Prüfungen.

**Handhabung**

Geben Sie der bzw. dem Studierenden hinreichend Zeit, sich den Semesterplan und die Erläuterungen anzuschauen. Kommen Sie dann ins Gespräch. Folgende Leitfragen können hilfreich sein:

B: Welche Gedanken kommen Ihnen beim Anschauen dieser Karte in den Kopf?

B: Wenn es darum geht, das Semester im Blick und im Griff zu haben: Was gelingt Ihnen schon gut? Wo, denken Sie, sollten Sie noch nachbessern? Wie kann Ihnen das gelingen?

B: Welche der hier vorgestellten Ideen finden Sie für die Planung Ihres Studiums hilfreich? Welche Anregung wollen Sie übernehmen? Was möchten Sie vielleicht etwas anders machen? Welche Ideen haben Sie noch?

Die folgenden Bemerkungen und Fragen können im Zusammenhang konkreter Planungsvorhaben nützlich sein:

B: Es geht hier bei allem darum, was für *Sie* persönlich gut passt, was Ihnen gefällt – und was für Sie machbar und realistisch ist! Gutes Planen ist in der Tat herausfordernd. Geben Sie sich Zeit, ihre eigenen Erfahrungen zu sammeln. Und seien Sie geduldig, wenn nicht sofort alles so gelingt, wie Sie es sich vorgenommen haben.

B: Planen Sie lieber auf Papier oder mit einem digitalen Programm? Was sind für Sie jeweilige Vor- und Nachteile? Welche Aspekte sind für Ihre persönliche Planung besonders wichtig?

B: Wenn Sie auf Papier arbeiten, erstellen Sie sich ihre Vorlage mehrfach, für eventuelle weitere Versionen. Arbeiten Sie ggf. zunächst mit Bleistift, um falsche oder provisorische Eintragungen im Nachhinein korrigieren zu können.

Wenn es der zeitliche Rahmen zulässt, bieten Sie Ihren Studierenden Begleitung und Unterstützung in der Planung des aktuellen Semesters an. Es ist meist von Vorteil, zumindest die ersten Planungsschritte gemeinsam in der Beratung zu vollziehen. Viele Lernberater:innen halten zu diesem Zweck Vordrucke von Semester- und Wochenplänen vor.

Karte A.3 Mathematiklernen – Materialorganisation

*Abb. Karte A.3 Mathematiklernen – Materialorganisation*

**Hintergrund**

Mathematiklernende entwickeln im Laufe ihres Studiums jeweils ganz eigene Lernroutinen. Die Wahl der richtigen Hilfsmittel für das Lernen hängt dabei immer von einer Vielzahl von Faktoren ab: dem konkreten Lerngegenstand, dem jeweiligen Lernvorhaben (Übungsaufgaben rechnen, Klausurvorbereitung, etc.), den vorhandenen Ressourcen, der verfügbaren Zeit —und nicht zuletzt den persönlichen Erfahrungen und Vorlieben.

Die nach *Lernmaterialien* und *Arbeits- und Organisationsmaterialien* aufgegliederte Liste soll Studierende unterstützen, sich eine strukturierte Übersicht über die bereits vorhandenen sowie die noch zu ergänzenden Materialien zu verschaffen. In der Beratung kann es dabei ganz generell um den Aufbau eines Grundbestands an Materialien für das Mathematikstudium gehen. Insbesondere aber soll die Liste samt ihrer Leitfragen als Anregung zum Gespräch und zur Reflexion darüber dienen, mit welchen Hilfsmitteln und auch auf welche Weise Studierende ein konkretes Lernvorhaben angehen können.

Für eine sich möglicherweise anschließende konkrete Lernplanung bieten sich Karte A.2 für die Semesterplanung, Karte A.4 für die Wochen- und Tagesplanung sowie Karte A.5 für die Prüfungsvorbereitung an.

**Handhabung**

Stellen Sie den Studierenden die Karte vor und orientieren Sie sich in der gemeinsamen Reflexion an den Leitfragen.

| | |
|---|---|
| B: | Was benutzen Sie bereits als Materialien und was könnten Sie ggf. ergänzen? |
| B: | Gibt es einen Bereich beim Lernen, wo Sie das Gefühl haben, dass Ihnen ein bestimmtes Hilfsmittel fehlt? |

Geben Sie an den Listenpunkten ggf. Hinweise und Tipps, z. B. zu Literatur, Lernhilfen oder auch darüber, wie etwa Mitschriften, Notizen, Formelsammlungen sinnvoll gestaltet werden können.

Die folgenden Hinweise und Anregungen können im Gespräch unter Umständen hilfreich sein:

B: Es geht hier natürlich nicht darum, möglichst viele Bücher und andere Hilfsmittel zu nutzen. Das verwirrt nur und führt dazu, sich zu verzetteln. Es geht hier wirklich um eine sinnvolle Auswahl, mit der Sie gut arbeiten können.

B: Machen Sie sich gerne Notizen, während wir sprechen, sodass sie nach dem Gespräch nachvollziehen können, was wir besprochen haben.

B: Wenn Sie selber nicht sicher sind, was es alles so gibt, was für Sie hilfreich ist, fragen Sie doch mal bei Ihren Mitstudierenden nach. Wer kommt Ihnen da in den Sinn?

B: Was könnte eine gute Aufgabe (bis zu unserem nächsten Termin) sein? Was möchten Sie vielleicht besorgen, ausprobieren oder erledigen?

B: Wenn Ihnen die Nutzung von XY noch nicht vertraut ist, was oder wer könnte Sie dabei unterstützen? Oder könnten Sie sich vorstellen, dass wir uns das bei einem nächsten Termin gemeinsam anschauen?

Karte A.4 Lernroutine im Semester – Wochenplanung

*Abb. Karte A.4 Lernroutine im Semester – Wochenplanung*

### Hintergrund

Studieren verlangt ein hohes Maß an Selbstverantwortung, eigenständiger Organisation und Planung. An Hochschulen wird selbstgesteuertes Lernen gefordert (vgl. Euler et al. 2006 & Mandl 2006) und ein Teil davon ist gute Zeitplanung.

Gerade zu Studienbeginn ist dies häufig eine Herausforderung für die Lernenden, da sie aus der Ausbildung oder Schule weitestgehend vorgegebene Strukturen kennen, z. B. durch Stundenpläne und Hausaufgaben. Zusätzlich sind die Lerngruppen an Hochschulen wesentlich größer als an der Schule, wodurch der Kontakt zwischen Lehrenden und Lernenden anonymer ist, was mehr Eigeninitiative der Studierenden notwendig macht.

Daraus ergibt sich die Schwierigkeit, auch ohne Überprüfung oder persönliche Nachfrage durch Lehrende, die Motivation von Beginn des Semesters an aufzubringen, am Lernstoff dran zu bleiben und keine Wissenslücken aufkommen zu lassen (Karte B.2). Messing beschreibt Mathematik zudem als „zeitintensiv“ (2017, S. 207), vor allem, wenn es zu Beginn des Studiums nötig ist, Grundlagen aufzufrischen oder sogar von Grund auf zu erarbeiten.

Dabei haben einige Studierende das Gefühl, im gut gefüllten Semester keine Zeit mehr zum Nacharbeiten, Rechnen und Lernen zu haben. Andere wiederum erleben ihren Wochenplan als leer und „locker“ und unterschätzen, wie viel Zeit für eigenständiges Lernen und Üben darin eingeplant werden sollte, da nur der Besuch der Vorlesungen dies nicht abdeckt.

Um Zeiträume zu identifizieren und zu definieren kann eine „prototypische“ Wochenplanung mit allen festen Terminen hilfreich sein. Der Plan zeigt freie Zeiten auf, die konkret mit Aufgaben gefüllt werden können, gewissermaßen als Termine mit sich selbst.

Aufgaben schriftlich zu notieren und in kleine Arbeitspakete zu unterteilen wirkt entlastend und motivierend (vgl. Rost 2012). Frei nach dem Motto „Wie besteigt man einen Berg? Schritt für Schritt.“.

Freizeit und Feierabend lassen sich einplanen, was entspannend wirken kann, obwohl man im Studium „doch eigentlich immer etwas tun könnte“. Dies eröffnet die Möglichkeit, sich an der eigenen Leistungsfähigkeit zu orientieren und immer wieder Abstand zum Studienalltag und Lernen zu finden (Karte B.3).

**Handhabung**

Die Karte A.4 unterstützt Studierende beim Etablieren einer Lernroutine im Semester. Studierende können das schriftliche Planen ausprobieren und lernen einzuschätzen, ob ihr individueller Wochenplan machbar erscheint oder übervoll ist. Eine Konsequenz dieser Bestandsaufnahme kann sein, die langfristige Studienplanung zu überdenken, Module zu schieben und ggf. die Studienzeit zu verlängern. Hier ist die Studienfachberatung eine wichtige Anlaufstelle.

Stellen Sie den Wochenplan mit den Anmerkungen vor und kommen Sie ins Gespräch mit dem oder der Studierenden. Leitfragen könnten sein:

B: Könnte ein solcher Plan hilfreich für Sie sein? Inwieweit planen Sie schon schriftlich?

Einige Studierende nutzen bereits einen Kalender, um Termine und Aufgaben zu verwalten, aber häufig wird ein Tag pro Seite dargestellt. Ein sehr wichtiges Kriterium für Übersicht ist aber, dass der Plan statt einzelner Tage mindestens eine Woche darstellt.

B: Wollen Sie den Plan eher analog (d.h. auf Papier) oder digital (in Outlook o.ä.) planen?

B: Was wollen oder sollten Sie im Hinblick auf die Prüfungen tun? Reicht der Besuch der Veranstaltungen oder braucht es eigene Lernzeiten zum Rechnen, Nacharbeiten usw.?

B: Wie viel Zeit erfordern die Aufgaben in einer typischen Woche?

B: Was von allem, was zu tun ist, passt (zeitlich und leistungsmäßig) in Ihren Plan?

Damit ein Plan sinnvoll und konkret ausgefüllt werden kann, müssen erst alle Aufgaben gesammelt werden. Erfahrungsgemäß haben Lernende im Kopf, was zu tun ist, die To Dos aber nicht schriftlich fixiert. Eine Liste mit allen Aufgaben oder eine fachspezifische Übersicht, was für die Prüfung zu tun ist, führen erfahrungsgemäß zu Aha-Momenten und einer Entlastung.

B: Wie können Sie ganz konkret beim Schnüren der kleinen Arbeitspakete vorgehen? In Form einer To-Do-Liste, in einer Mindmap, auf Post-Its?

Vor allem, wenn Studierenden alles zu viel vorkommt und sie überwältigt scheinen von den Anforderungen, ist das Priorisieren von Aufgaben nützlich. Hilfreich ist es auch dann, wenn Studierende davon berichten, dass sie sich als ineffektiv wahrnehmen und die schwierigeren (und meist wichtigeren) Aufgaben eher schieben.

B: Kennen Sie das Eisenhower-Prinzip, um die Aufgaben sinnvoll zu priorisieren? Es unterscheidet zwischen Dringlichkeit und Wichtigkeit.

Weitere Informationen zum Priorisieren finden Sie z. B. bei Rost (2012, S. 117 ff.)

Und nicht zuletzt geht es darum, dass der Plan auch Freiräume schaffen soll, in denen Lernende entspannen und regenerieren können.

B: Wenn das Semester mit einem Marathon vergleichbar ist: Wie können Sie sich die Kräfte gut einteilen? Wann und wie tanken Sie auf? Wie erholen Sie sich?

Über allem steht das Kriterium:

B: Ist der Plan für Sie persönlich realistisch bzw. machbar?

Der bzw. die Studierende kann einen leeren Plan mit allen fixen Terminen (so, wie auf der Karte dargestellt) erstellen, sodass dieser als Vorlage jede Woche mit aktuellen Aufgaben und Anforderungen gefüllt werden kann.

Ein wichtiger Hinweis für Studierende ist, dass eine gute Planung eine komplexe Aufgabe ist. Ermutigen Sie die Studierenden, Erfahrungen mit dem Plan zu sammeln, ihn immer wieder anzupassen und geduldig mit sich zu sein. Nichts ist frustrierender als ein veralteter Plan.

Nach dem Semester kann resümiert werden, was gut geklappt hat und was man im kommenden Semester verändern möchte.

Karte A.5 Lernplanung und Prüfungsvorbereitung
*Abb. Karte A.5 Lernplanung und Prüfungsvorbereitung*

## Hintergrund

Die vorliegende Karte gibt Studierenden Anregungen für eine langfristige und systematische Vorbereitung auf Prüfungen. Sie kann aber auch für Studierende hilfreich sein, die relativ kurz vor einer Prüfung die Übersicht verloren haben, die nicht wissen, womit und wie sie anfangen sollen oder welche Prioritäten sie angesichts der knappen Zeit setzen sollen. In einem solchen Fall kann die Karte wie eine Checkliste genutzt werden, um den Überblick zurückzugewinnen.

Prüfungsvorbereitung gehört in der Beratung von Studierenden zu den häufig behandelten Themen. Studierende benennen unterschiedlichste Ursachen, aufgrund welcher sie die Vorbereitung auf Prüfungen als große Herausforderung erachten. Genannt seien hier z. B. hoher fachinhaltlicher Anspruch, großer Umfang der Stoffmenge, ein hohes Maß an geforderter Eigenständigkeit und Selbstorganisation, gesteigerte Erfolgserwartungen und nicht zuletzt Zeitdruck bei vielen Klausuren in kurzer zeitlicher Abfolge.

Der vorgestellte Leitfaden systematisiert den Vorgang der Lernplanung und gliedert den Prozess einer Prüfungsvorbereitung idealtypisch in fünf aufeinanderfolgende Handlungsschritte.

Die tatsächliche Planungs- und Lernpraxis erfahrener Studierender sieht in aller Regel weniger gradlinig und durchdacht aus. Diese Studierenden beachten und klären die aufgeführten Schlüsselfragen zumeist intuitiv.

Doch insbesondere für noch wenig routinierte Studierende, die Beratung aufsuchen, um für ihre Prüfungsvorbereitung eine Struktur und mehr Sicherheit zu gewinnen, erweist sich die enge Orientierung an dem Handlungsschema mitsamt den jeweiligen Leitfragen als hilfreich.

Im Prozess der Vorbereitung von Mathematikprüfungen laufen viele der in den vier Kartenbereichen behandelten Themen und Anforderungen zusammen. Das Arbeiten mit dieser Karte kann an verschiedenen Punkten zur Weiterarbeit mit anderen Karten führen, etwa aus dem Bereich C *Erarbeiten und Verstehen* und Bereich D *Probleme lösen und*

*Aufgaben bearbeiten*. Auch die Themen *Selbstfürsorge* (B.3) und *Prüfungsangst* (B.5) können relevante Vertiefungen darstellen.

**Handhabung**

Erklären Sie kurz das mögliche Vorgehen und geben Sie den Studierenden hinreichend Zeit, sich einen Überblick über die Karte zu verschaffen. Kommen Sie dann ins Gespräch:

B: Wenn Sie sich diese Karte anschauen: Was kommt Ihnen in den Sinn?

B Welche der hier gegebenen Leitfragen und Hinweise finden Sie für sich persönlich wichtig und hilfreich?

B: Mit Blick auf die hier vorgestellten Einzelschritte und Ihre anstehende(n) Prüfung(en): In welchen Bereichen sind Sie schon ziemlich mit sich zufrieden? Wo sehen Sie in Ihrer Prüfungsvorbereitung noch Nachbesserungsbedarf?

B: Über welchen Bereich möchten Sie noch mehr erfahren oder vertieft nachdenken?

Bieten Sie an, das Planungsschema (oder Teile davon) gemeinsam zu bearbeiten:

B: Könnten Sie sich vorstellen, dass Sie dieses Schema für die Planung Ihrer Klausur gleich mal ausprobieren? Ich würde Sie dabei begleiten.

Der auf der Karte beschriebene Planungsprozess kann im Einzelfall durchaus zu dem Ergebnis führen, dass eine erfolgversprechende Prüfungsvorbereitung in der verbleibenden Zeit bis zur Klausur nicht mehr durchführbar ist. Erscheint Ihnen dies möglich, ist es sinnvoll, die Studierenden entsprechend vorzuwarnen:

B: Es kann sich herausstellen, dass die Zeit bis zur Klausur zu knapp ist für eine ausreichende Vorbereitung und das Risiko dann hoch, die Klausur nicht zu bestehen. Das ist dann zwar kein erfreuliches, aber auch ein Resultat.

In der konkreten Planungsarbeit sollten die Ergebnisse jedes Einzelschritts hinreichend mithilfe von Listen, tabellarischen Übersichten oder Mindmaps verschriftlicht werden.

Mit Blick auf das Mathematiklernen können zudem folgende Fragen und Hinweise zieldienlich sein:

B: Wie verschaffen Sie sich bisher eine Übersicht über die geforderten Inhalte? Was nutzen Sie dazu? (Skripte, Aufgabensammlungen, Übungsklausuren etc.?)

B: Haben Sie auch schon mal eine systematische Sichtung von Altklausuren probiert? Wenn Sie sehen können, welche Themen und Aufgabentypen in den Klausuren der vergangenen Semester wie häufig auftraten – könnte das etwas für Sie sein?

B: Wie pragmatisch können Sie sein, wenn die Zeit knapp wird? Gelingt es Ihnen „auf Lücke“ zu lernen? Und wie entscheiden Sie, wo Sie Lücken lassen?

Karte A.6 Gute Zusammenarbeit mit Mitstudierenden

*Abb. Karte A.6 Gute Zusammenarbeit mit Mitstudierenden*

**Hintergrund**

Ergänzend zum individuellen Erarbeiten oder Lernen im Studium, können Studierende gemeinsam mit anderen rechnen und sich austauschen. Manche Studierende haben jedoch Hemmungen Mitstudierende anzusprechen, wenn Sie Fragen haben oder eine Lerngruppe gründen möchten.

Dabei kann die Arbeit mit anderen positive Effekte haben und gewinnbringend für die Prüfungsvorbereitung und die eigene Kompetenzentwicklung sein:

Für den Lernerfolg ist es hilfreich, die Struktur des Lernstoffs zu durchdringen oder sich eine eigene Struktur zu schaffen (Karte C.4). Eine innere Logik zu haben, welche übergeordneten Themenbereiche eine Vorlesung umfasst, ermöglicht eine Orientierung in der Stofffülle (z. B. besteht Analysis u.a. aus den Unterthemen Stetigkeit, Differenzierbarkeit, Integralrechnung usw., wobei sich das Kapitel zur Differentialrechnung unterteilt in die Themen Kurvendiskussion, Mittelwertsätze usw.). Umfangreiche Themenfelder oder Aufgabenblöcke lassen sich auf diese Weise in handhabbare Stücke aufteilen, ohne das Verhältnis der Teile zueinander aus dem Blick zu verlieren. Henning Fouckhardt, Professor für Physik, beschreibt diese Herangehensweise als Erweiterung des Blicks, wenn „die Vogelperspektive eingenommen wird“ (2017, S. 35) und stellt sie als Kern des Studierens heraus.

Gemeinsames Arbeiten in einer Lern- oder Arbeitsgruppe dient der Entwicklung von tieferem Verständnis und hilft bei der **Einordnung von Aufgaben in „das größere Ganze“**. Ganz pragmatisch ergibt sich die Chance, **Fragen zu konkreten Aufgaben und Vorlesungsinhalten zu klären** und **Übungsblätter gemeinsam zu rechnen,** sodass erst gar keine Wissenslücken aufkommen oder diese schnell geschlossen werden**.** Darüber hinaus helfen die mit der Gruppe **fest vereinbarten Termine im Semester** das Lernen nicht aufzuschieben.

Zudem können sich Studierende **gegenseitig überprüfen und Rückmeldung geben**. Das wirkt motivierend und dient, als Kontrolle des

Lernstands, einer effektiven Prüfungsvorbereitung und im Zweifel sogar dem Abbau von Prüfungsängsten (vgl. Stickel-Wolf & Wolf 2016). Das erarbeitete Wissen anzuwenden bereitet konkret auf die Prüfungssituationen vor. Durch das gemeinsame Simulieren des „Ernstfalls“ erlangen die Studierenden Routine im Lösen von Aufgaben, was im Hinblick auf die begrenzte Bearbeitungszeit in der Prüfung wichtig ist.

Das gegenseitige Erklären trainiert das freie und flexible Reden über die Inhalte, wobei dieses durch die Gesprächspartner:innen reflektiert und korrigiert werden kann (Karte C.6).

Das Arbeiten in Gruppen fördert weiterhin die soziale Integration, welche in Modellen zum Studienabbruch eine zentrale Rolle spielt (Übersicht in Heublein et al. 2010). Es kann wie ein Schutzfaktor wirken, indem Studierende **Informationen oder Dinge (auch organisatorische) mitbekommen** und **moralische Unterstützung oder Rückhalt** erfahren. Auch **das Feiern von (Teil-)Erfolgen** macht gemeinsam mehr Spaß als alleine.

Ein Motivationsfaktor für Studierende, sich einer Gruppe anzuschließen oder eine Lerngruppe zu initiieren kann auch der Hinweis sein, dass kooperatives Arbeiten eine wichtige Kompetenz in der heutigen Gesellschaft (vgl. Mandl 2001) und für die spätere Berufstätigkeit darstellt.

Kooperatives Arbeiten ist jedoch nicht hilfreich, wenn das gemeinsame Lernen aufgrund mangelnder Vorbereitung oder ausschweifender Diskussionen zäh ist oder die Runde ein Kaffeeklatsch wird und das Mathematiklernen dadurch in den Hintergrund tritt.

Wenn man sich zur Zusammenarbeit entschlossen hat, ist es daher gut, **gemeinsam Regeln der Teamarbeit** aufzustellen. Dazu gehören beispielsweise feste Absprachen über Termine und Zeiten, klare Ziele für die gemeinsame Arbeit, Verbindlichkeit bezüglich der getroffenen Vereinbarungen und Termine und ggf. Aufgabenverteilung in der Gruppe, wenn es z. B. um Vorarbeiten geht.

**Handhabung**

Sie können mit der oder dem Studierenden die Felder durchgehen und sich bei der gemeinsamen Reflexion an den Fragen orientieren. Es geht darum, gemeinsam ins Gespräch zu kommen und zum Nachdenken über die eigene Situation anzuregen, nicht darum eine „Werbeveranstaltung“ für Lerngruppen abzuhalten.

B: Welche Aspekte des gemeinsamen Lernens erscheinen Ihnen besonders einleuchtend? Welche fehlen Ihnen in der Auflistung?

B: Könnte Ihnen eine Zusammenarbeit mit anderen beim Problem XY (je nachdem, warum das Thema kooperatives Lernen im Gespräch aufkam) helfen?

B: Was wollen Sie unternehmen, um eine bestehende Lerngruppe zu intensivieren, anders zu strukturieren oder sich um neue Lernpartnerschaften zu bemühen?

B: Wer käme für eine Lerngruppe infrage?

Nehmen Sie Hemmungen bei der oder dem Lernenden wahr, eine Arbeitsgruppe zu gründen oder sich einer bestehenden anzuschließen, können Sie gemeinsam überlegen, wer für eine Lerngruppe infrage käme und das Vorgehen beim Gründen derselben besprechen.

Karte A.7 Sprechstundengespräche vorbereiten und nutzen
*Abb. Karte A.7 Sprechstundengespräche vorbereiten und nutzen*

**Hintergrund**

Unsere Erfahrung als Lehrende und Beratende ist, dass viele Studierende Sprechstundengespräche als unangenehm empfinden. Im schlimmsten Fall nehmen sie es als Schwäche wahr, Fragen zu stellen oder um Hilfe zu bitten. Dabei können gerade Sprechstundengespräche hilfreich sein, um individuelle Lösungsansätze zu entwickeln und Verständnisfragen mit mehr Zeit als z. B. nach einer Vorlesung zu klären.

Eine gründliche Vorbereitung auf ein Sprechstundengespräch bewirkt, dass Studierende sich intensiv mit den Fragen oder Aufgaben für die Sprechstunde beschäftigen und alle Ideen oder Lösungswege bereits gut durchdacht haben. Sie können so mit mehr Selbstbewusstsein und klareren Vorstellungen darüber, was Ihnen helfen könnte, in das Gespräch gehen.

So steigt die Chance, dass Studierende das Gespräch als lohnend und sogar angenehm empfinden. Die oder der Lehrende erlebt das Gespräch mit höherer Wahrscheinlichkeit ebenfalls als effektiv und nimmt wohlwollend zur Kenntnis, was der bzw. die Studierende bereits kann und wie gut er oder sie sich vorbereitet hat.

Die Anregungen zum Umgang mit Sprechstunden oder Gesprächen mit Lehrenden orientieren sich an verschiedenen Phasen von der **Kontaktaufnahme** über die **Vorbereitung** und das eigentliche **Gespräch** bis zu dessen **Nachbereitung**. Bei manchen Studierenden reicht die Bearbeitung einer bestimmten Phase, um den Kontakt mit Lehrenden effektiver und befriedigender zu gestalten. Anderen hilft es, den gesamten Prozess zu überblicken und durchzuspielen.

Im Folgenden sind die vier Phasen ausführlicher und mit umfassenden Leitfragen dargestellt.

**Kontaktaufnahme**

- Hat der oder die Lehrende feste Sprechzeiten? Wenn ja, werden einzelne Termine innerhalb der Sprechstunde vergeben oder gehe ich einfach vorbei und warte?

- Was ist ein guter Weg, um Kontakt aufzunehmen, wenn ich einen Termin vereinbaren möchte? E-Mail, Anruf, persönliche Ansprache nach Vorlesung…?
- Was möchte ich bei der Terminanfrage schon über meine Anliegen sagen? Was ist eine wichtige Vorinformation für den Lehrenden bzw. die Lehrende?
- Mögliche Nachfragen bei Kontaktaufnahme:
  - „Ich würde Folgendes vorbereiten und die Unterlagen XY mitbringen. Ist das ausreichen oder brauchen Sie noch etwas?“
  - „Soll ich Ihnen die Unterlagen im Vorhinein zuschicken oder in Ihr Fach legen oder reicht es sie mitzubringen?“
  - „Welchen zeitlichen Umfang kann das Gespräch haben?“

**In der Vorbereitung auf das Gespräch**

- Fragen schriftlich notieren bzw. Aufgaben raussuchen, vielleicht sogar abschreiben.
- Lösungsversuche oder –ideen dokumentieren, sodass der oder die Lehrende sehen kann, was ich schon unternommen habe und wie weit ich alleine gekommen bin.
- Fragen oder schwierige Punkte prägnant notieren, sodass diese im Gespräch schnell zu finden sind.
- Je nach Vereinbarung: Materialien, z. B. Fragenzettel, Aufgaben usw. per Mail an Lehrende:n senden oder ins Postfach werfen.
- Alle nötigen Materialien inkl. Unterlagen zum Mitschreiben bereits vor der Tür aus der Tasche kramen.

Besonders nachhaltig für das Lernen der Studierenden ist die *Verschriftlichung des Denkprozesses* bei der Vorbereitung auf das Gespräch. Sie schauen sich quasi selbst dabei über die Schulter, wie sie an Aufgaben herangehen und mit welchen Gedanken sie dies tun. Durch das laute oder schriftliche Denken lernen sie auch unbewusst genutzte Strategien kennen, die sich als allgemeine Rechen- oder Lernstrategien übertragen lassen und das eigene mathematische Repertoire erweitern können.

**Im Gespräch**

- Kurze Vorstellung: Name, Studiengang, Semester und ggf. Lehrveranstaltung, an die die Frage oder Aufgabe andockt.
- Mein wichtigstes Anliegen formulieren: „Ich habe eine Frage zu/ein Problem mit XY und es würde mir helfen, wenn …“.
- Vorstellen, was ich bereits unternommen habe, um das Problem/die Aufgabe zu lösen.
- Fragen oder Aufgaben, die bearbeitet werden sollen, für beide sichtbar auf den Tisch.
- Materialien zum Mitschreiben bereithalten und nutzen.
- Bei Unklarheiten nachfragen, z. B. im Sinne von „Punkt XY habe ich noch verstanden, aber wie genau AB funktioniert, weiß ich noch nicht.“ oder „Habe ich richtig verstanden, ich löse das Problem jetzt durch AB?“

**Nacharbeit**

- Alles Besprochene direkt nach dem Termin notieren, solange es noch „frisch“ ist.
- Bearbeitete Aufgaben nochmal sauber abschreiben inkl. Erklärung zu den einzelnen Schritten.
- Optional: Eine ähnliche Aufgabe oder Frage bearbeiten, um den Lösungsweg weiter zu verinnerlichen.
- Optional: Einer oder einem Mitstudierenden erklären, was man gelernt hat und wie die Aufgabe zu lösen ist.

Das oft vernachlässigte eigenständige Nacharbeiten des Gesprächs ist im Sinne des Problemlösens ein grundlegender Schritt, um das Wissen zu sichern und zu vertiefen (vgl. Polya, 2010; Mason, Burton & Stacey 2012). Diese Metaperspektive hilft den Studierenden die gewonnen inhaltlichen wie strategischen Einsichten zu verinnerlichen und sie langfristig und flexibel in ihren Wissenskontext zu integrieren.

**Handhabung**

Karte A.7 verfolgt für Lernberater:innen und Fachexpert:innen teilweise unterschiedliche Ziele. Zuerst wird auf den Fall der Nicht-Expert:innen eingegangen und danach mit dem Fokus auf Mathermatiker:innen weitergearbeitet.

Berater:innen, die sich selbst nicht zutrauen mathematische Fragen mithilfe der Karten aus den Kartenbereichen C und D zu bearbeiten, können gemeinsam mit Studierenden Sprechstundengespräche vorbereiten.

Es kommt vor, dass der oder die Lernende eine Aufgabe mitbringt, bei der Sie fachlich nicht weiterhelfen können und an den Fachexperten oder die Fachexpertin verweisen wollen. Sie können dem oder der Studierenden jedoch anbieten, **die Frage so gut wie möglich vorzubereiten, damit das Gespräch mit den Fachlehrenden gut und zufriedenstellend ablaufen kann**. Erarbeiten Sie mit ihm oder ihr, was bereits unternommen wurde, um die Aufgabe zu lösen oder die Frage zu klären und wo im Sprechstundentermin angeknüpft werden kann. Eine strukturierte, Leitfragen-basierte Herangehensweise hierfür wird vertieft auf Karte D.1 vorgestellt.

B: Erklären Sie mir einmal worum es geht. Bei welcher Aufgabe oder welchem Thema stecken Sie fest?

B: Was haben Sie bereits getan, um die Aufgabe zu lösen?

B: Wollen wir die Aufgabe gemeinsam anschauen und Sie denken laut dabei?

B: Haben Sie Lust mithilfe der Karte D.1 *Habe ich die Aufgabe verstanden und weiß ich, was ich tun soll?* systematisch an die Lösung heranzugehen und den Punkt zu bestimmen, an dem Sie nicht mehr weiter wissen?

Mathematiker:innen bekommen im Folgenden Anregungen, wie eigene Sprechstundengespräche oder die von Kolleg:innen strukturiert vorbereitet werden können. Anlass für ein Gespräch kann sein, dass **ein Lernender oder eine Lernende das Angebot der Sprechstunden noch nie genutzt** hat und damit die Chance vergibt, Fragen frühzeitig und individuell zu klären. Kommen Sie in diesem Fall mit den

Studierenden über seine bzw. ihre bisherigen Erfahrungen mit Sprechstundengesprächen in den Austausch.

B: Welche Erfahrungen haben Sie bisher mit Sprechstundengesprächen gesammelt? Haben Sie diese bereits für sich genutzt?

B: Wenn ja, war das Gespräch angenehm, nützlich, frustrierend, verunsichernd…? Wie haben Sie sich in der Vergangenheit auf ein solches Gespräch vorbereitet?

B: Wenn nein, was hat Sie davon abgehalten diese Möglichkeit zu nutzen? Was braucht es, damit Sie ins Gespräch mit einem oder einer Lehrenden gehen können?

## 5.2 Kartenbereich B Emotion und Motivation

### Karte B.1 Emotion und Motivation – Übersicht

*Abb. Karte B.1 Emotion und Motivation – Übersicht*

**Hintergrund**

Die vorliegende Karte dient der Übersicht und als möglicher Beratungseinstieg in das übergeordnete Thema *Emotionen und Motivation*. In der Auseinandersetzung mit der Karte sollen Studierende zunächst dafür sensibilisiert werden, dass Gefühle und Stimmungen eine große Rolle für das Verstehen und Lernen von Mathematik, das mathematischen Problemlösen sowie für die Prüfungsvorbereitung spielen.

Die Grafik fächert das Thema *Emotionen und Motivation* in vier Teilbereiche mit jeweiligen Anschlusskarten auf: Motivation (Karte B.2), Selbstfürsorge (Karte B.3), blockierende Emotionen bei schwierigen Aufgaben (Karte B.4) und Prüfungsangst (Karte B.5). In diesen Bereichen liegen erfahrungsgemäß in der Beratung von Mathematikstudierenden oftmals kritische Punkte. Anhand der jeweils aufgeführten Beispiele können die Studierenden prüfen, ob die eine oder andere Thematik auf sie zutrifft. In diesem Fall sollte eine vertiefende Auseinandersetzung mittels der Anschlusskarte angeboten werden.

Kommunizieren Studierende jedoch beispielsweise von Beginn an klar ihr Anliegen, z. B. an ihren Ängsten bei Mathematikprüfungen arbeiten zu wollen, so erübrigt sich das Hinzuziehen der Übersichtskarte für diese konkrete Beratung und es kann sofort mit der themenspezifischen Karte weitergehen.

**Handhabung**

Stellen Sie die Übersichtskarte kurz vor und geben Sie der oder dem Studierenden Zeit, die Unterpunkte samt Beispielen zu lesen. Kommen Sie dann ins Gespräch und erläutern ggf. einzelne Punkte:

B: Kennen Sie selbst solche Situationen? Wo sehen Sie bei sich Knackpunkte im Umgang mit Emotionen oder wenn es z. B. um Ihre Selbstmotivation geht?

B: Welchen der hier aufgeführten vier Bereiche möchten Sie vielleicht zuerst genauer betrachten? Oder können Sie bei sich einen ganz anderen Bereich ausmachen?

Bei zutreffendem Bedarf und Interesse kann dann mit den passenden, sich anschließenden Karten weitergearbeitet werden. Natürlich sollte es aber ebenso möglich sein, auch ohne weitere Karten zu dem Thema weiterzusprechen bzw. eine ganz andere übergeordnete Thematik in den Blick zu nehmen.

Karte B.2 Lust auf Mathe! – Die eigene Motivation aufbauen, stärken und aufrechterhalten

*Abb. Karte B.2 Lust auf Mathe – Die eigene Motivation aufbauen, stärken und aufrechterhalten*

## Hintergrund

Mithilfe der vorliegenden Karte sollen Studierende zur vertieften Auseinandersetzung mit der Frage angeregt werden, auf welchen Ebenen und in welcher Weise sie *aktiv* ihre Lernmotivation positiv beeinflussen können.

An der einen oder anderen Stelle ihres Studiums ist *Motivation* für nahezu alle Studierenden Thema. Einzelne Phasen der Unlust sind normal. Wenn es schlimm kommt, fühlen sich Studierende in ihrer Lernunlust wie gefangen. Sie erleben dann die Mechanismen, mit denen sie selbst dem Lernen ausweichen, als nahezu übermächtig, ganz so, als würden sie von fremder Hand gelenkt. Ein solches Erleben deckt sich gut mit der weit verbreiteten Auffassung, dass Motivation etwas sei, was man in Bezug auf ein Ziel entweder *hat* oder *nicht hat*. Aus dieser Perspektive ist man machtlos, wenn man eigentlich ein Ziel verfolgt, einem aber die Motivation fehlt.

Die zentrale Nachricht in Verbindung mit der vorliegenden Karte lautet:

Bei Motivation handelt es sich um eine höchst veränderliche Größe und sie ist durchaus durch das Individuum *aktiv beeinflussbar* (Heckhausen & Heckhausen 2009): „Ich *kann* mir mehr Lust auf Mathe machen!“

Mit Blick auf die Verbesserung von Lernmotivation nähert sich die Karte dem Thema Selbstmotivierung aus der Perspektive der Lernstrategieforschung (Mandl & Friedrich 2006). Neben den Motivationsstrategien führt die Karte eine weitere Kategorie von Lernstrategien an: die ressourcenbezogenen Strategien. **Motivationsstrategien** zielen auf die Steuerung und Verbesserung von Stimmungen und Emotionen beim Lernen. **Ressourcenbezogene Strategien**, auch Stützstrategien genannt, dienen der Verbesserung der äußeren wie auch inneren Rahmenbedingungen für das Lernen. Der Einsatz vieler ressourcenbezogener Strategien wirkt unmittelbar auf die Lernmotivation zurück. Die Grenzen zu den Motivationsstrategien sind in einigen Bereichen fließend.

Die Karte benennt in knappen Formulierungen je acht Klassen oder auch Typen von Motivationsstrategien und ressourcenbezogenen Strategien (vgl. Martin & Nicolaisen 2015). Die kurzen Formulierungen sollen den Studierenden im Beratungsprozess als Impulsgeber und Arbeitsgrundlage dienen – zur weiteren Ausformulierung eigener, individuell stimmiger Strategien.

In der Folge werden für beide Strategiebereiche die den einzelnen Formulierungen zugrundeliegenden Strategietypen kurz erläutert und jeweils mit einem Beispiel für eine individuelle Ausformulierung ergänzt.

**Motivationsstrategien**

**An all das denken, was ich schon geschafft und gelernt habe *(Selbstwirksamkeit)*.** Die so genannte Selbstwirksamkeitserwartung bezeichnet die innere Überzeugung, etwas durch eigenes Können und Handeln bewirken zu können. Dies ist ein starker Motivator. Wenn man sich aktiv Dinge vergegenwärtigt, die man in der Vergangenheit bewältigt hat, dann steigert das unsere Selbstwirksamkeitserwartung und damit unsere Motivation: z. B. „Ich denke an die vielen, vielen Dinge, die ich in Mathe schon gelernt und verstanden habe."

**Mir selbst ein anspornendes, attraktives Ziel setzen**. Zielformulierungen, die sich unmittelbar auf unsere Handlungsbereitschaft auswirken, werden auch als *handlungswirksam* bezeichnet (Storch & Krause 2014). Handlungswirksame Zielformulierungen müssen drei Kernkriterien erfüllen: Sie sollten erstens als Annährungsziel formuliert sein (und nicht als Vermeidungsziel), zweitens sollten sie komplett unter eigener Kontrolle stehen (und nicht von äußeren Faktoren oder Geschehnissen abhängen) und sie sollten drittens mit einem eindeutig positiven Gefühl in Verbindung stehen. Um diese Kriterien zu erfüllen, dürfen solche Formulierungen durchaus auch abstrakt und „blumig" sein, wie in einem persönlichen Slogan, z. B: „Ich mache einen großen Lernschritt ins Leben."

**Mich selbst bei Erreichung eines (Etappen-) Ziels belohnen**. Die Selbstbelohnung ist ein Klassiker unter den Motivationsstrategien. Jede:r setzt sie ein – mal mehr, mal weniger bewusst. In der Beratung von Studierenden kann der Hinweis hilfreich sein, dass es bei dieser Strategie nicht nur um große Belohnungen, beispielsweise nach einer bestandenen Klausur, geht. Auch die kleinen Belohnungen im Lernalltag, z. B. nach einer konzentrierten Lernetappe, sollten hier Berücksichtigung finden: „Nach zwei Stunden konzentrierten Mathelernens gönne ich mir eine schöne Pause mit einem leckeren Kaffee."

**Mit meinen Erfolgen und Misserfolgen hilfreich umgehen**. Bei dieser Strategie geht es um die Ursachenzuschreibung (Attribuierung) eigener Erfolge bzw. Misserfolge. Eine nicht bestandene Mathematikklausur beispielsweise kann ganz unterschiedlich attribuiert werden: „Die Klausur war zu lang." schreibt die Ursache für das Nicht-Bestehen externalen, also äußeren Umständen wie etwa der Lehrperson zu. „Ich habe nicht genug geübt." ist eine internale, in der Person liegende Attribuierung. Sie gleichzeitig variabel, weil sie Veränderungsmöglichkeiten für die Zukunft eröffnet. Ganz im Gegensatz zu: „Mathematik liegt mir einfach nicht.", welches eine internal-stabile Attribuierung ist, also in der Person liegend und nicht veränderbar.

Solche Attribuierungen sind immer höchst subjektiv und spiegeln die eigentliche Sachlage nur selten objektiv wider. Erfolgs- und Misserfolgsattribuierungen wirken aber auf den Selbstwert, die Selbstwirksamkeitserwartung und die Lernmotivation Studierender zurück. Hierfür gilt es in der Beratung und auch im Fall einer Klausureinsicht sensibel zu sein.

Für die Formulierung eigener Strategien im Umgang mit Erfolgen oder Misserfolgen sollten zwei Kriterien berücksichtigt werden: Schutz des Selbstwertes sowie Eröffnung von Handlungsspielräumen für die Zukunft: z. B. „Bei Misserfolg schaue ich genau, was ich in Zukunft besser machen kann, sage mir aber auch, dass ich dieses Mal vielleicht ein wenig Pech hatte."

**Motivationslöcher vorwegnehmen und meinen Umgang damit planen**. Gerade für längere Lernetappen wie ein arbeitsintensives Semester oder eine Prüfungsphase ist es für Studierende hilfreich, sich für den durchaus zu erwartenden „Ernstfall" von Motivationslöchern zu wappnen. Das Bewusstsein, gut vorbereitet zu sein, stärkt die Zuversicht und damit die Lernmotivation: z. B. „Für Krisensituationen bereite ich mir einen Notfallkoffer an unterstützenden Strategien vor, auf den ich dann zurückgreifen kann."

**Lernaufgaben motivierend auswählen und gestalten**. Eigene Wahl- und Gestaltungsmöglichkeiten unterstützen das Empfinden von Selbstbestimmung wie auch von Selbstwirksamkeit. Viele Studierende erleben Mathematik als ein „strenges" Fach, das kaum Spielräume lässt.

Dem Gefühl von Fremdbestimmung kann entgegengewirkt werden, indem die Lernplanung und das Lernen selbst bewusst und aktiv gestaltet werden. Dazu ist es wichtig, beispielsweise bei der Auswahl zu bearbeitender Aufgaben, auf die eigenen Interessen zu schauen (intrinsische Motivation): „Was finde ich spannend?“ „Was reizt mich und möchte ich probieren?“

Es gilt also: Die Freiheiten geschickt nutzen und den eigenen Interessen folgen: „Erst rechne ich die Beispiele nach, dann fange ich bei den einfachen Aufgaben an.“ oder „Wenn ich bei mehreren schwierigen Aufgaben die Wahl habe, bearbeite ich diejenigen, die mich interessieren und anspornen.“

**Ein positives Bild, ein Motto oder motivierende Musik finden & nutzen**. Viele der inneren Vorgänge, aus denen Motivation erwächst, vollziehen sich im Unbewussten und sind nicht – oder nur bedingt – bewusstseinsfähig, d.h. sie sind unserem Denken und Fühlen kaum zugänglich (Storch & Krause 2014). Eine willentliche Aktivierung solch innerer Ressourcen ist aber trotzdem möglich und zwar insbesondere über Dinge, an die sich Emotionen knüpfen wie Bilder, Musik, Natur- und Landschaftserleben oder auch, wie in der Zielformulierung der zweiten Strategie, über eine „blumige“ und bildreiche Sprache.

Bei dieser Strategie sind Kreativität und der Intuition gefragt. Hier geht es für die Studierenden darum, nach Dingen Ausschau zu halten, welche Bereitschaft, Zuversicht und Lust beim Lernen zu steigern vermögen. Das kann ein aufmunterndes Bild sein, welches die Lernenden mit ihrem Ziel positiv in Verbindung bringen, oder ein bestimmtes Musikstück, ein Spruch bzw. Motto, ein Schmuckstück, ein Maskottchen in der Federtasche u.v.m. B: „Wenn Ihr Ziel ein Bild (Musikstück usw.) wäre, was könnte das sein?“

Wenn hier entsprechende Dinge identifiziert sind, sollten sie als „Erinnerungshilfen“, wie Storch und Krause (2014) sie bezeichnen, auf eine Weise im Lernumfeld platziert werden, dass die Studierenden im Alltag möglichst oft damit konfrontiert und ihre inneren Ressourcen aktiviert werden: z. B. „Ich hänge über meinen Schreibtisch das Foto vom Urlaubsort, um mich an die schöne Zeit nach der Prüfungsphase zu erinnern.“

**Große Aufgaben in kleine Pakete aufteilen, sodass sie machbar werden**. Diese Strategie findet sich als metakognitive Lernstrategie mehrfach im Kartenbereich A, der Lernorganisation. Als Motivationsstrategie zielt sie hier insbesondere auf die innere Vorstellung der Machbarkeit: „Größere Stoffgebiete teile ich mir in kleine, verdaubare Lernpakte ein, an die ich mich beim Lernen halte.“

**Ressourcenbezogene Strategien**

**Meine innere Einstellung zu Stoff und Anstrengung verbessern**. Diese Strategie wird in der Beratungspraxis von Studierenden auch oft mit „Jobmentalität“ betitelt, denn vielen hilft die Vorstellung, ihr Studium wie einen Vollzeitjob zu sehen: „Mein Studium ist mein Job: Ich bin von 9 Uhr bis 17 Uhr an der Uni und arbeite. Was soll ich mich beklagen? Ich darf täglich Vieles hinzulernen und komme in meinem Leben weiter.“

**Konzentration und Energiehaushalt optimieren *(Erholung, Pausen, Ernährung)*.** Sollten Studierende diese Strategie wählen, empfiehlt es sich, mit Karte B.3 weiterzuarbeiten und über die Selbstfürsorge zu sprechen. Ein Beispiel: „Ich mache beim Lernen regelmäßig kurze Pausen, strecke und bewege mich dabei und trinke etwas.“

**Lernphasen und Arbeitszeiten sinnvoll einteilen *(Zeitmanagement)***. Das Bewusstsein über eine schlüssige Zeit- und Lernplanung vermittelt ein Gefühl von Machbarkeit und steigert die Lernmotivation: „Ich richte mir im Semester feste Lern- und auch Pausenzeiten ein, um eine gute Routine fürs Lernen zu entwickeln.“

Für ein Weiterarbeiten am Thema bieten sich die Karten A.2, A.4 sowie A.5 an.

**Schwierigkeiten und den Umgang damit einplanen**. Hier geht es um das Antizipieren von Schwierigkeiten in Verbindung mit dem Lernen: eine schwierige Aufgabe, für die sich kein Lösungsweg andeutet; etwas dauert viel länger als geplant; Verständnisprobleme usw. Ganz ähnlich wie bei den Motivationslöchern gilt es auch hier, mit passenden Strategien gut auf die Situation vorbereitet zu sein: „Wenn beim Lernen etwas länger dauert, sage ich mir, dass das einfach dazugehört, und passe notfalls meinen Zeitplan an.“

Für das konkrete Erarbeiten von Mathematik sowie das Lösen von Aufgaben finden sich in den Kartenbereichen C und D zahlreiche Strategiebeispiele.

**Lernumgebung optimieren *(Lernort, Arbeitsplatz, Materialien)***. Lernende bewerten die Wahl und Ausgestaltung ihrer Lernumgebung als maßgeblich für ihren Lernerfolg. Was jeweils als lernförderlich erachtet wird, kann verschieden sein. Während zum Beispiel für manche Studierenden das Lernen besonders gut in der abgeschirmten Umgebung eines eigenen Zimmers funktioniert, ist das Lernen zu Hause für andere undenkbar: „Ich lerne gezielt an Orten, wo es mit dem Lernen für mich gut funktioniert."

**Bei Verständnisproblemen und Lücken zusätzliche Infos suchen**. Auch wenn dieser Hinweis wie eine Selbstverständlichkeit klingt, bietet er doch in manchen Beratungssituationen einen wichtigen Impuls und lenkt zum Beispiel das Gespräch auf den Kartenbereich C. Wenn es nur darum geht, einzelne Fragen erklären zu lassen, dann genügt auch eine individuelle Ausformulierung der Strategie: „Wenn ich etwas nicht verstehe, mache ich mir eine Notiz und sobald es die Zeit erlaubt, kümmere mich darum, meine Fragen zu klären."

**Andere Personen in den Lern- und Arbeitsprozess einbinden**. Die Vernetzung mit anderen Menschen stellt für Studierende zumeist eine äußerst lernförderliche Ressource dar. Hier geht es einerseits um den wichtigen Austausch und die Zusammenarbeit mit Kommiliton:innen (Karte A.6). Beim Nachdenken über eine passende Strategie sollen aber auch andere Personen Berücksichtigung finden: Familienmitglieder, Freund:innen, Lehrpersonen usw.: „Ich bitte meine Mitbewohnerin, mich jeden Abend zu fragen, was und wieviel ich gelernt habe."

**Die eigenen Zeitfresser erkennen und mit passenden Strategien beseitigen**. Die Anreize, sich mit anderen Dingen als dem Lernen zu beschäftigen, sind für Studierende immens: *Social Media*, Serien, Online-Spiele usw. In der Beratung ist es wichtig, die Zeitfresser zunächst als solche zu identifizieren: Spielen Zeitfresser eine Rolle? Und wenn ja, welches sind sie? Auf der Suche nach stimmigen Lösungen geht es dann meist auch darum, wertschätzend zu verstehen, wie stark die individuelle Bindung an einen Zeitfresser, etwa eine *Social-Media*-Plattform sein kann: „Vor Beginn einer Lernphase stelle ich mein Smartphone aus und lege es an einen anderen Ort. Erst wenn ich mit dem Lernen fertig bin, schalte ich es wieder ein."

Die hier aufgezeigten vielfältigen Möglichkeiten, die eigene Lernmotivation durch einen bewussten Einsatz von ressourcen- und motivationsbezogenen Strategien zu stärken, sind den meisten Lernenden nicht bewusst.

### Handhabung

Die Karte *Lust auf Mathe!* zeigt einen Überblick über acht Motivationsstrategien und acht ressourcenbezogene Strategien. Im Beratungsgespräch können sowohl mehrere Strategien kurz thematisiert, als auch einzelne Strategien vertieft besprochen werden.

Geben Sie den Studierenden zunächst hinreichend Zeit, sich einen Überblick über die Karte zu verschaffen. Beantworten Sie aufkommende Fragen und geben Sie ggf. veranschaulichende Beispiele zu einzelnen Punkten.

Soweit im bisherigen Gespräch noch nicht geschehen, klären Sie:

B: Mit Blick auf Ihr Studium: In welchen Situationen und wofür würden Sie sich eine größere Motivation wünschen?

Die Kernbotschaft der Karte, dass man sich gezielt und aktiv selbst motivieren kann, könnte etwa durch den Hinweis auf Spitzensportler:innen verdeutlicht werden, die mentale Strategien einsetzen, um ihre Leistungen zu verbessern. Oder Sie fragen die Studierenden:

B: Wo ist es Ihnen denn in der Vergangenheit gelungen oder wo gelingt es Ihnen im Alltag, Ihre innere Bereitschaft, etwas zu tun, zu steigern? Und wie machen Sie das dann?

Nach einigem Nachdenken kommen in aller Regel erste Erinnerungen an bereits angewendete Strategien wie z. B. „Wenn ich das erledigt habe, belohne ich mich und mache mir einen gemütlichen Abend.“ Sie können dann auf das entsprechende Feld der Selbstbelohnungsstrategien auf der Karte verweisen.

Erläutern Sie in der Folge das mögliche weitere Vorgehen:

B: Wie Sie sehen, gibt es ganz viele erprobte Wege, wie man seine Motivation stärken kann. Hier soll es jetzt erstmal darum gehen, herauszufinden, welche Wege davon für *Sie* im Moment hilfreich sein könnten.

B: Ich sehe zwei Möglichkeiten, wie wir jetzt weitermachen können. Sie entscheiden, welche für Sie die passendere ist: Entweder wir gehen die Karte Schritt für Schritt durch, ich erläutere vielleicht an ein, zwei Stellen und Sie überlegen jeweils, ob die eine oder andere Strategie für sie wichtig sein könnte. Oder Ihnen springen jetzt schon bestimmte Strategien ins Auge, über die wir uns unterhalten können.

Begleiten Sie dann die Studierenden im weiteren Prozess. Wenn einzelne Bereiche ausgewählt sind, lassen Sie die Studierenden konkrete, für sie passende Strategieformulierungen entwickeln. Dabei können folgende Leitfragen helfen:

B: Wofür würden Sie diese Strategie einsetzen wollen?

B: Wie müsste das ganz konkret aussehen, damit das für Sie funktioniert?

B: Wie wäre Ihre Formulierung einer Strategie für solche Situationen?

B: Wollen Sie oder soll ich das mal aufschreiben?

Bieten Sie in dieser Phase auch gerne eigene Ideen an oder unterstützen Sie die Studierenden bei der Ausformulierung.

Zum Abschluss sollte auch die Frage der Umsetzung und Absicherung eine Rolle spielen:

B: Wie wird es Ihnen gelingen, dass Sie diese Strategien auch wirklich für sich umsetzen?

B: Was könnte Ihnen dabei vielleicht noch in dir Quere kommen? Und wie wollen Sie dann damit umgehen?

Karte B.3 Selbstfürsorge – Ausgleich finden im Studium

*Abb. Karte B.3 Selbstfürsorge – Ausgleich im Studium finden*

**Hintergrund**

Das Anliegen dieser Karte ist, Studierenden deutlich zu machen, dass es im Studium nicht nur um Durchhalten und Disziplin geht, sondern dass gutes Lernen auch durch Pausen, Ausgleich und Selbstfürsorge beeinflusst wird (siehe auch das Thema *Entspannung* auf Karte B.5).

Eine der Anforderungen im Studium ist es, die eigene Zeit und das Arbeitspensum selbstständig zu organisieren und zu planen. Es gibt lediglich einen groben äußeren Rahmen, zu dem z. B. der halbjährliche Prüfungszeitraum gehört. Sie müssen sich selbst motivieren und die Motivation halten und bekommen wenig Rückmeldungen zu ihrem Wissensstand, ihrem Lernverhalten oder dem Vorankommen im Studium.

Wie gut auch immer Studierende diese Situation bewältigen, z. B. durch eine effektive Zeitplanung (Karten A.2 und A.4), Prüfungsvorbereitung (Karte A.5) oder die gemeinsame Arbeit mit Mitstudierenden (Karte A.6), die Herausforderung bleibt bestehen, sich dabei gut um sich selbst zu kümmern und Ausgleich zu finden.

Hier passen die Bilder des Marathons oder einer Bergwanderung als Analogien, um Studierenden deutlich zu machen, dass sie sich die Kräfte für das Semester oder gar das ganze Studium einteilen sollten, um gut durchzuhalten.

**Handhabung**

Auf der Karte findet sich eine Sammlung von unterschiedlichsten Strategien oder Handlungen, die dem oder der Studierenden helfen können abzuschalten, die Batterien wieder aufzuladen oder auch Dampf abzulassen.

Gehen Sie mit der bzw. dem Studierenden die Fragen und Beispiele durch.

| | |
|---|---|
| B: | Wenn Sie das Lernen als Marathon sehen, was sind Ihre Versorgungsstationen? Was sollte, trotz Studium, nicht zu kurz kommen? |

B: Wobei schalten Sie ab? Was entspannt Sie?

B: Gibt es jemanden oder etwas in Ihrem Umfeld, der oder das Ihnen dabei hilft, gut zu sich selbst zu sein?

Sammeln Sie auch Strategien oder Ideen, die sich nicht auf der Karte wiederfinden und notieren Sie diese.

B: Was fällt Ihnen über die Kästchen auf der Karte hinaus ein, was Ihnen persönlich gut tut?

Nehmen Sie die von den Studierenden geäußerten Strategien ohne Wertung auf und versichern Sie sich lediglich, dass Sie ihn oder sie richtig verstanden haben.

B: Sie fühlen sich also erholt nachdem Sie XY getan haben?

B: Wenn ich Sie richtig verstehe, können Sie bei XY entspannen und abschalten. Ist das richtig?

Führen Sie ggf. an, dass Aktivitäten an der frischen Luft, Unternehmungen mit anderen und das Verlassen des eigenen Zimmers eine wirkliche Abwechslung zum Lernen am Schreibtisch darstellen.

Ein weiterer Aspekt auf den Sie als Berater:in achten können ist, dass die Studierenden regelmäßig Pausen einplanen und sich auch überlegen, wie sie diese gestalten möchten. Regen Sie Ihr Gegenüber an, spätestens nach 90 Minuten intensiven Arbeitens eine Pause von 15-30 Minuten einzulegen.

Am Ende gilt aber immer die personzentrierte Grundannahme, dass die Studierenden ihre Lösungen selbst kennen und die Verantwortung für diese bei ihnen liegt. Sie als Berater:in äußern Ideen oder Anregungen und die Lernenden entscheiden, welche davon für sie passend sind.

Zum Schluss sollten Sie alle ausgewählten Strategien noch einmal mündlich zusammenfassen und den Studierenden anbieten, dass sie sich diese notieren können.

Überprüfen Sie auch, was die Lernenden davon abhalten könnte, die ausgewählten Strategien umzusetzen.

B: Was könnte Ihnen dazwischenkommen, sodass Sie doch keinen Ausgleich finden und sich nicht gut um sich selbst kümmern?

B: In welche Falle könnten Sie tappen, dass Sie doch durchsprinten und das Pausenmachen vergessen?

Und vereinbaren Sie, was ihn oder sie daran erinnert, die Selbstfürsorge nicht zu kurz kommen zu lassen.

B: Gibt es ein Symbol oder Bild, das Sie daran erinnern könnte, dass Sie sich zwischendurch immer wieder regenerieren wollen?

B: Wen können Sie in Ihre Vorsätze einweihen, der Sie ab und zu daran erinnert oder nachfragt, wie es Ihnen gelingt diese umzusetzen?

Karte B.4 Der Weg aus der Sackgasse bei schwierigen Aufgaben – blockierende Gedanken und Emotionen auflösen

*Abb. Karte B.4 Der Weg aus der Sackgasse bei schwierigen Aufgaben – blockierende Gedanken und Emotionen auflösen*

### Hintergrund

Starre, Hilflosigkeit, Demütigung, Ausweglosigkeit, Wut… sind einige Worte, mit denen Menschen ihr Empfinden beschreiben, wenn sie mit mathematischen Problemen und Aufgaben einfach nicht weiterwissen.

Stimmungen, Gefühle oder Emotionen spielen in der Mathematik für Prozesse des Verstehens und des Problemlösens eine fundamentale Rolle. Gleichzeitig stellen insbesondere negative Gefühle und Gedanken in Verbindung mit dem Mathematiklernen und dem Bearbeiten von schwierigen Aufgaben für viele Studierende, Lehrpersonen und Berater:innen gleichermaßen ein häufiges Thema dar. Es wird allerdings selten darüber gesprochen.

Um in der konkreten Beratungssituation das Ins-Gespräch-kommen für beide Seiten ein Stück weit zu erleichtern, bietet die vorliegende Karte zunächst einen kurzen Lesetext mit grundlegenden Informationen für die Studierenden. Dieser Text vermittelt im Wesentlichen drei Kernbotschaften:

1. Sackgassen und deren emotionale Begleiterscheinungen sind beim mathematischen Problemlösen völlig normal und üblich.
2. Negative Emotionen behindern einerseits den Zugriff auf eigentlich verfügbares Wissen. Andererseits schränken sie die Möglichkeiten zur Entwicklung kreativer und intuitiver Lösungsideen ein.
3. Es gibt Mittel und Wege, solchen blockierenden Gedanken und Emotionen erfolgreich zu begegnen!

Die Karte will Studierende einladen, sich einen *persönlichen Koffer* mit Strategien für den emotionalen *Notfall* bei schwierigen Aufgaben zusammenzustellen. Es werden sieben Strategien bzw. Strategiebereiche vorgestellt, die für den Einzelfall individuell auszugestalten und beliebig zu ergänzen sind:

**Abstand nehmen.** Mathematisches Problemlösen ist eine Tätigkeit, die gedankliche Flexibilität und Kreativität erfordert. Gleichzeitig verleitet sie in bestimmten Situationen stark dazu, sich festzubeißen, gedanklich festzufahren und nicht mehr locker zu lassen. Dies führt notgedrungen in einen Stimmungsmodus, in welchem wir nicht mehr auf unser Wissen und unsere Lösungskompetenzen zugreifen können. Das einfachste und gleichzeitig wirksamste Mittel, um aus diesem wenig zielführenden Modus auszusteigen, ist es, bewusst Abstand zu nehmen, aus der Situation für eine begrenzte Zeit gedanklich auszusteigen.

Für Studierende kann es von zentraler Bedeutung sein, ein Gespür dafür zu entwickeln, wann es wichtig ist, im Lernprozess und insbesondere bei der Bearbeitung für sie schwieriger Aufgaben wieder Abstand von der Thematik zu gewinnen, um in der Folge einen neuen Anlauf mit vielleicht frischen Ideen nehmen zu können.

B: Wann hat es Ihnen in der Vergangenheit schon geholfen, aus einer Situation kurzfristig auszusteigen?

B: In welchen Fällen ist es für Sie besonders wichtig, Abstand zu gewinnen? Welche Möglichkeiten fallen Ihnen dafür noch ein? Wie können Sie das für sich am besten umsetzen?

**Meine Ressourcen erkennen und nutzen – alles zählt!** Ressourcen sind alles, was unterstützt und hilfreich ist, um Ziele zu erreichen. Eine Bewusstmachung dieser Ressourcen führt dazu, dass Studierende in ihrer Selbstwirksamkeitserwartung gestärkt werden und eigene Lösungen entwickeln können. In einer gegebenen, als problematisch empfundenen Situation kann der konsequente Blick auf die Ressourcen zweierlei ermöglichen:

Für die **Handlungsebene** können neue Ideen entstehen, wie vielleicht anders und besser mit der Situation umgegangen werden kann. Als Ideengeber bieten sich hier besonders die **äußeren Ressourcen** an, die persönlich zur Verfügung stehen und deren Nutzung erwogen werden kann: Musterlösungen, Online-Tutorials, Skripten, die Formelsammlung, Kommilitoninnen, Dozierende etc. (s. Karte A.3).

B. Welche Hilfsmittel oder welche Personen waren in der Vergangenheit bei vergleichbaren Aufgaben hilfreich für Sie?

B: Wer oder was, denken Sie, könnte Ihnen aktuell in solchen Situationen weiterhelfen?

Auf der **gedanklichen und emotionalen Ebene** bewirkt der *Ressourcenblick* (Bamberger 2010) meist eine Aufhellung der Stimmung, wodurch wiederum der individuelle Zugriff auf Wissen sowie kreative Lösungspotentiale gestärkt wird. Hier kommen insbesondere auch die individuellen **inneren Ressourcen** in den Fokus: Stärken und Begabungen, bisherige Erfolge, Ziele, Interessen, Wünsche, Werte etc.

B: Welche Ihrer Fähigkeiten sind hier nützlich für Sie? Was können Sie schon gut?

B: Wie haben Sie ähnliche Aufgaben in der Vergangenheit gelöst?

B: Wie können Sie sich selbst bestärken, wenn Sie an das denken, was Ihnen wichtig ist?

**Strategien zum Lösen von Aufgaben.** Es gibt zahlreiche Strategien, um schwierige mathematische Aufgaben besser angehen zu können. Im Kartenbereich D wird eine für Mathematikstudierende konzipierte Auswahl davon vorgestellt. Fachspezifische Lern- und Lösungsstrategien zu kennen, bietet den Studierenden die Aussicht auf bessere Bewältigung der Leistungsanforderungen.

**Mir eine Zeit setzen.** Ebenso wichtig wie das Abstand-gewinnen ist für das mathematische Problemlösen das disziplinierte und hartnäckige Dranbleiben. Um dieses Am-Ball-bleiben im Einzelfall abzusichern, erachten es viele Studierende als hilfreich, sich im Lernprozess konkrete Zeiten für ihr Arbeiten und ihre Pausen zu setzen. Im Falle von ja meist unvorhergesehenen Sackgassen beim Bearbeiten von Aufgaben können solche Mini-Zeitpläne spontan erstellt werden. Ihre Verbindlichkeit steigt, wenn sie notiert werden.

**Hilfreiche innere Sätze zurechtlegen.** Ähnlich wie beim Blick auf die Ressourcen können für den Notfall zurechtgelegte innere Sätze maßgeblich dazu beitragen, den Weg aus einem emotionalen und kreativen Tief beim Aufgabenlösen anzubahnen. In unseren Beratungen und Lerntrainings mit Mathematikstudierenden haben wir hier sehr unterschiedliche Erfahrungen gemacht. Während die einen spontan beinahe euphorisch die Idee innerer Sätze aufgreifen (*Oh ja, so mache ich das!*), reagieren andere Studierende eher ablehnend. Nur für die erstgenannte Gruppe werden *hilfreiche innere Sätze* ein probates Mittel sein.

B: Wenn Ihnen diese Strategie zusagt, wie würden Sie Ihren Satz bzw. Ihre Sätze für den Notfall formulieren wollen? Wie würden sie sicherstellen, dass Sie ihn bzw. sie tatsächlich einsetzen?

**Einen gestuften Plan erstellen.** Diese Strategie ähnelt der vierten, dem Zeitplan. Hier geht es aber noch konkreter darum, ein schlüssiges Handlungsmuster zu entwickeln, auf welches in schwierigen Situationen zurückgegriffen werden kann. Die Frage der Stufung der Maßnahmen steht im Vordergrund: „Was versuche ich zuerst, als Zweites, als Drittes, …?“. Ideen für die einzusetzenden Strategien können die Studierenden der vorliegenden Karte und dem Kartenbereich D entnehmen bzw. – und vorzugsweise! – selbst entwickeln.

Der Stufenplan sollte in jedem Fall verschriftlicht werden.

**Selbstfürsorge.** Studierende werden beim Bearbeiten schwieriger Aufgaben oft an Ihre inneren Grenzen geführt, von Zeit- und Leistungsdruck oder auch Versagensängsten geplagt. Das Bild, dass Mathematik etwas ist, was nur unter allergrößten Mühen und Opfern zu bewältigen ist, ist weit verbreitet. Kein Wunder also, dass die Frage der Selbstfürsorge in diesem Kontext oft gar nicht beachtet wird. Dabei ist sie so wichtig: *Wie finde ich die richtige Balance zwischen Disziplin und Dranbleiben, wenn es wichtig ist, auf der einen Seite – und Ausgleich, Erholung und Abstand auf der anderen? Wie kümmere ich mich gut um mich selbst, auch wenn ich Mathe mache?*

Zu einer vertiefenden Bearbeitung dieser Thematik regt die Karte B.3 an.

Die Mehrheit der hier vorgestellten Strategien lassen sich sowohl im fortlaufenden Lern- und Übungsbetrieb während des Semesters als auch in Mathematikprüfungen einsetzen. Für den Umgang mit blockierenden Emotionen ganz konkret in Prüfungssituationen kann ergänzend mit der Karte B.5 gearbeitet werden.

Unter der Überschrift *hinderliche Emotionen beim mathematischen Problemlösen* sind in Ergänzung zu den bereits beschriebenen blockierenden negativen Gedanken und Gefühlen insbesondere noch **verfrühte Euphorie und Zufriedenheit** zu benennen. In der Begleitung und Beratung von Problemlöseprozessen fällt immer wieder auf, dass viele Studierende dazu neigen, sich vorschnell mit nur vermeintlich ausreichenden und richtigen Lösungen zufriedenzustellen. Oder sie verfallen frühzeitig in eine Lösungseuphorie, welche eine kritische

Prüfung der bisherigen Ergebnisse verhindert. Ein konstruktiver Umgang mit diesem Phänomen wir auf der Karte D.5 vorgeschlagen.

**Handhabung**

Die Karte findet in der Beratung Verwendung, wenn Studierende die Thematik blockierender Gedanken und Emotionen als für sich möglicherweise relevant benennen. Es kann aber auch sein, dass Sie bei der gemeinsamen Bearbeitung eines mathematischen Problems spüren, dass die Studierenden emotional belastet sind. Bieten Sie in beiden Fällen die Karte an und geben Sie ausreichend Zeit, die Informationen zu lesen.

Um etwaig auftretenden Gefühlen von Peinlichkeit oder Scham vorzubeugen, kann folgender Hinweis helfen:

B: Wissen Sie, diese Thematik ist sehr geläufig. Es soll hier jetzt gar nicht darum gehen über die eigenen Gefühle zu sprechen, sondern darum, für solche Fälle von negativen Gefühlen und inneren Blockaden gut gewappnet zu sein.

Klären Sie ggf. auftretende Detailfragen zur Karte und bieten Sie ein vertiefendes Gespräch zu den Inhalten an. Die folgenden Formulierungen könnten dabei helfen:

B: Welche Gedanken sind Ihnen beim Lesen der Karte gekommen?

B: Welche der hier vorgestellten Strategien sprechen Sie spontan an?

B: Womit haben Sie selbst vielleicht schon gute Erfahrungen gemacht? Was setzen Sie vielleicht schon um?

B: Was, denken Sie, könnte Ihnen sonst noch bei schwierigen Aufgaben helfen? Worüber möchten Sie noch stärker nachdenken oder mehr erfahren?

B: Wenn Sie diese Strategie für sich auswählen: Wie würden Sie sie ganz konkret umsetzen? Beschreiben Sie doch mal ganz genau. – Möchten Sie Ihre Ergebnisse schriftlich festhalten?

Oft entwickeln Studierende in der Beratung ganz eigene Ideen, die sich nicht in die vorgegebenen Kategorien einordnen. Geben Sie der

Ausarbeitung solcher Ideen viel Raum, denn meist sind es die individuell besten und passendsten!

Karte B.5 Erste Hilfe bei Prüfungsangst

*Abb. Karte B.5 Erste Hilfe bei Prüfungsangst*

### Hintergrund

Prüfungsangst lässt sich allgemein beschreiben als „deutlich spürbare Angst in Prüfungssituation und/oder während der Zeit der Prüfungsvorbereitung, die den Bedingungen der Prüfungsvorbereitung und der Prüfung selbst nicht angemessen ist“ (Fehm & Fydrich 2011, S. 7 f.). Sie ist somit eng an die Prüfungssituation gekoppelt, kann zeitlich aber auch zu einem früheren Zeitpunkt, während des Lernens für die Prüfung, auftreten.

Wie genau sich Prüfungsangst zeigt, ist individuell unterschiedlich. Die möglichen Phänomene können in vier Bereichen auftreten: Als *Emotionen* (z. B. Angst zu versagen, sich zu blamieren, Hilflosigkeit), als *Kognitionen* (z. B. negative Bewertung der eigenen Fähigkeiten im Vergleich zu anderen, Überschätzung der Aufgabenschwierigkeit, Denkblockaden), in der *Physiologie* (z. B. Herzrasen, Schwindel, Zittern, Magenschmerzen) sowie im *Verhalten* (z. B. unkonzentrierte Aufgabenbearbeitung, planlose Arbeitsweise, unruhiges Verhalten) (vgl. Strian 1983).

Auch die Gründe für Prüfungsangst unterscheiden sich. Für manche Studierenden ist z. B. der Prüfer bzw. die Prüferin oder die (persönliche) Wichtigkeit der Klausur angstauslösend, andere tragen bisherige negative Erfahrungen mit Prüfungen mit sich herum oder haben Angst vor den vermeintlichen Konsequenzen einer misslungenen Prüfung.

Dementsprechend individuell ist, was Studierenden gegen die Angst hilft. Auf der Karte wird daher auf verschiedenste Aspekte eingegangen, die Studierenden helfen können, mit Prüfungsangst oder Nervosität vor Prüfungen umzugehen.

Diese Karte ist als Gesprächsaufhänger gedacht, damit Studierende ihre eher passive Haltung der Nervosität oder Angst überwinden, handlungsfähig(er) werden und sich als selbstwirksam im Umgang mit Prüfungssituationen und der damit verbundenen Angst erleben. Darüber hinaus enttabuisiert das gemeinsame Gespräch das Auftreten von Prüfungsängsten und normalisiert diese.

**Bestandsaufnahme Prüfung.** Zu Beginn der Prüfungsvorbereitung bietet es sich für den Prüfling an, alle zur Verfügung stehenden Informationen zur Prüfung zusammenzutragen. Dazu gehören z. B. die Länge der Prüfung, die Aufgabenanzahl, Punkte pro Aufgabe bzw. Verteilung der Punkte auf Aufgaben. Viele Prüfer:innen stellen diese Informationen früh und transparent zur Verfügung. In manchen Fällen ist es aber notwendig oder auch hilfreich, auf Altklausuren oder Musterprüfungen zurückzugreifen, um eine Vorstellung davon zu entwickeln, was auf den Prüfling zukommen wird (vgl. Hippmann, 2007, S. 122).

Diese Erkundigungen sind die Grundlage dafür, dass Studierende besser einschätzen können, welche der Anforderungen sie bereits erfüllen oder sich zumindest zutrauen und welche Bereiche noch erarbeitet oder gelernt werden müssen. In der Mathematik müssen Studierende unterschiedliche Aufgabenstellungen lösen, z. B. Wissens-, Verfahrens- oder Beweisaufgaben. Hinweise dazu, welche besonders relevant sind, liefern hier eventuell die Übungsaufgaben, die während des Semesters gerechnet werden mussten oder eine Nachfrage bei den Lehrenden.

Auch der Umgang mit den Faktoren der Unkontrollier- und Unvorhersehbarkeit, die bei Angst eine Rolle spielen, wird durch die Bestandsaufnahme erleichtert: Nur wenn man weiß, was zu tun ist, kann man einen Plan machen und diesen abarbeiten (Karten A.2, A.4 und A.5).

**Überprüfung eigener Einstellung bzw. Bewertungen.** Im Sinne von „Gefahr erkannt, Gefahr gebannt!“ ist eine bewusste Auseinandersetzung mit angstauslösenden Situationen und den damit einhergehenden Bewertungen, ein wichtiger Schritt im Umgang mit diesen.

Vielen Studierenden ist nicht bewusst, dass sie sich mit dysfunktionalen inneren Einstellungen oder negativen Bewertungen selbst behindern, positiv und zuversichtlich an Prüfungen herangehen zu können. Wenn Studierende sich jedoch vor Augen führen, aus welchen Gründen ihr Herz schneller schlägt, ihnen heiß und kalt oder schwindelig wird, können sie lernen sich selbst zu beruhigen.

Ein Beispiel ist die Konfrontation mit dem Lernstoff in Form des Skripts, das bei einigen Lernenden Angstsymptome auslöst. Die Folgen können sein, dass der oder die Studierende es nicht nutzt oder schnell weglegt, deswegen nicht lernt und am Ende wirklich einen Misserfolg in der

Prüfung erlebt. Aber es ist nicht das Skript selbst, das angstauslösend wirkt, sondern die Bewertung dahinter, z. B. „Die Prüfung schaffe ich niemals, ich verstehe dieses ganze Skript nicht…". Dies bewusst zu erkennen und im zweiten Schritt die eigenen Bewertungen zu verändern, löst die Angst vor dem Skript auf. Positive Bewertungen können z. B. „Das haben schon andere geschafft!", „Ich muss nicht alles auf Anhieb verstehen." oder „Ich gehe das Stück für Stück an!" sein.

Um diese Bewertungen zu verankern, kann man das Skript z. B. ergänzen, in diesem Beispiel vielleicht mit einem Smiley am Rand, der die Studierenden anlächelt als wenn er sagen würde „Du bist schlau genug und kannst das!".

Auch Bilder oder Symbole können an dieser Stelle unterstützen, z. B. eine Erinnerung an ein persönliches Erfolgserlebnis, das Bild einer Treppe, das an das schrittweise Arbeiten erinnert oder das Foto eines persönlichen Idols, das sich z. B. im Sport dadurch auszeichnet, sich immer wieder aufzurappeln und nie aufzugeben.

**Vorbereitung auf die Prüfung.** Da das subjektive Gefühl, wie angemessen und umfassend man für die Prüfung gerüstet ist, einen großen Einfluss auf die Nervosität hat, ist die planvolle Vorbereitung ein wichtiger Ansatzpunkt bei der Bekämpfung von Prüfungsangst.

Es ist förderlich, wenn Lernende sich darüber bewusst sind, wie zufrieden und sicher sie sich mit ihrer individuellen Art der Prüfungsvorbereitung fühlen und ob sie dabei ein System oder eine bestimmte Herangehensweise verfolgen. Ähnlich wie beim Punkt *Bestandsaufnahme Prüfung* geht es vor allem darum, dass Studierende die Kontrolle über das Lernen und Üben für Prüfungen (zurück)gewinnen und diese an konkrete Vorgehensweisen knüpfen.

Informationen dazu, wie Studierende die *Zeitplanung* angehen können finden Sie auf den Karten A.2 und A.4. Mit der *Prüfungsvorbereitung* setzt sich Karte A.5 auseinander.

**Entspannung.** Stress im Studium und vor allem in Hinblick auf Prüfungssituationen zu erleben ist normal. Im Rahmen des TK-CampusKompass von 2015 gaben 27% der befragten Studierenden an, Druck bereits so belastend erlebt zu haben, dass sie ihn mit ihren üblichen Strategien nicht bewältigen konnten. Wenn dieser Stress zu lange andauert oder zu intensiv ist, wirkt er kontraproduktiv. Machen Sie Studierenden bewusst, dass sie auch etwas für die Prüfung(en) tun, wenn sie sich zwischenzeitlich Auszeiten gönnen und entspannen (Karte B.3).

Was der oder dem Lernenden dabei hilft abzuschalten ist individuell unterschiedlich, meist haben Studierende aber ein Gefühl dafür, was ihnen persönlich gut tut. Daneben gibt es klassische Entspannungsverfahren wie z. B. Progressive Muskelentspannung, die gezielt eingesetzt werden können.

Sollten Studierende gar keine Ideen entwickeln, kann es helfen, in die Kindheit und Jugend zurückzublicken: „Was haben Sie als Kind oder Jugendliche:r gemacht, wenn Sie müde oder schlecht gelaunt aus der Schule kamen? Was hat Ihnen als Kind Spaß gemacht?“. Und auch die Veränderung des Blickwinkels kann anregend sein, entweder „Was würden Sie einem Freund oder einer Freundin raten, was er oder sie tun kann, um zu entspannen?“ oder umgekehrt „Was würde ihre Freundin oder ihr Freund Ihnen raten, was Sie entspannt?“.

**Bestärkung durch positive Gedanken**. Ähnlich wie im Bereich *Überprüfung der eigenen Einstellung und Bewertungen* geht es bei diesem Punkt darum, dass Lernende positivere Gedanken entwickeln. In Hinblick auf Prüfungen haben viele Studierende negative Gedanken oder Befürchtungen wie „Ich bin zu blöd dafür!“, „Ich blamiere mich bestimmt in der Prüfung!“ oder „Vor lauter Angst werde ich nichts aufs Papier bringen.“. Diese inneren „Wahrheiten“ können zu einer selbsterfüllenden Prophezeiung werden und vermindern das eigene Selbstwertgefühl und den Glauben an ein positives Ergebnis oder Abschneiden (vgl. Bensberg & Messer, 2014).

Bensberg und Messer (2014, S. 217 f.) stellen auch eine Möglichkeit vor, den eigenen Befürchtungen und negativen Gedanken schriftlich auf die Schliche zu kommen und sie neu zu denken. Der oder die Lernende notiert die negativen Gedanken, die er oder sie auf die Prüfung bezogen hat in der linken Spalte einer Tabelle (z. B. „Ich kann mir nichts merken!“). In die rechte Spalte kommen dann positive Gedanken, mit denen man den negativen begegnen kann und die einen größeren Bezug zur Realität haben (bei Bensberg & Messer „Wenn ich mir wirklich nichts merken könnte, hätte ich das Abitur nicht bestehen können.“). Der oder die Lernende setzt sich bewusst mit den eigenen negativen Gedanken auseinander und entzaubert diese durch eine positive Umkehrung oder Relativierung.

Eine weitere Möglichkeit könnte sein, den oder die Studierende:n zu motivieren, die Aufmerksamkeit auf einen guten Verlauf der Prüfung zu lenken und zu visualisieren (innerlich ausmalen und detailliert vorstellen) wie sie oder er selbstbewusst, positiv und souverän in die Prüfung geht. Lernende können sich hineinversetzen, wie sie den Raum betreten, wie sie über der Klausur oder dem oder der Prüfer:in gegenüber sitzen und mit welcher Haltung (auch körperlich) sie den Raum dann wieder verlassen.

Das innerliche oder mentale „trainieren“ der Prüfungssituation, gekoppelt an positive oder motivierende Selbstanfeuerungen oder -bestärkungen, weckt Optimismus und Motivation, sich der Prüfungssituation zu stellen und sie als Chance wahrzunehmen.

**Kurz vor der Prüfung.** Es gibt einige ganz praktische Möglichkeiten, keinen unnötigen Stress rund um die letzten Stunden vor der Prüfung aufkommen zu lassen und den Prüfungstag oder die Nacht davor ruhig zu verbringen.

Wenn Ort und Zeit der Prüfung bekannt sind, vielleicht sogar schon einmal probeweise besucht wurden, und klar ist, wo die nächstgelegene Toilette ist, kann an dieser Stelle Ruhe einkehren. Es gibt keinen Anlass nachts schweißgebadet aufzuwachen und sich Sorgen zu machen, dass man den Raum nicht finden wird und zu spät zur Prüfung erscheint.

Auch das Zurechtlegen aller Unterlagen und Hilfsmittel, damit es in der Klausur nicht zu bösen Überraschungen kommt, weil etwas fehlt, der Stift nicht schreibt oder der Taschenrechner-Akku leer ist, ist ein Schritt in Richtung Entspannung. Das Sortieren und Zusammenstellen der Unterlagen kann ein beruhigendes Ritual werden und den letzten Lerntag vor einer Prüfung beenden.

**Planung des Prüfungstags.** Die Planung des Prüfungstages selbst unterstützt dabei Stress und Hetze zu vermeiden. Einigen Studierenden gibt es Sicherheit, dass die Kleidung und das Frühstück soweit entschieden und ggf. vorbereitet sind. Eine detaillierte Rückwärtsplanung, ausgehend vom Beginn der Prüfung, inklusive Puffer für Unvorhergesehenes (Stau, Verspätung, Rad hat einen Platten…) wirkt beruhigend.

**Einschränkung pathologische Prüfungsangst.** Beim Thema Umgang mit Prüfungsangst ist eine Einschränkung jedoch wichtig: Manche Ängste bezogen auf Prüfungen sind so stark oder belastend für die Betroffenen, dass es in diesem Fall sinnvoll ist, die Studierenden an eine psychologische Beratungseinrichtung, z. B. die psychosoziale oder zentrale Studienberatung zu verweisen. Dies gilt vor allem, wenn Sie sich als Berater:in selbst mit dem Thema unwohl oder überfordert fühlen.

**Handhabung**

Gehen Sie die Karte mit dem oder der Studierenden in Ruhe durch. Klären Sie zu Beginn, wann die Prüfung sein wird, welche die Nervosität verursacht und wägen Sie dann passende Methoden ab.

Abhängig von der zeitlichen Nähe der Prüfung fallen einige Anregungen auf der Karte weg, je nachdem ob es sich um eine kurz- oder eher langfristige Prüfungsvorbereitung handelt.

B: Wie einflussreich ist Ihre Angst vor der oder den kommenden Prüfungen?

B: Was beeinflusst die Angst?

B: Wie stark schätzen Sie Ihre Prüfungs-Nervosität auf einer Skala von 0 (Prüfungen sind für mich doch kein Problem) bis 10 (ich könnte umkippen vor Nervosität) ein?

Klären Sie, nachdem Sie einen Eindruck von der Lage gewinnen konnten, mögliche Unterstützungsmöglichkeiten der Studierenden und vor allem, was diese bereits selbst unternommen haben.

B: Wenn wir auf die Karte schauen: Welche der Vorschläge sprechen Sie an? Zu welchem sollen wir konkrete Maßnahmen für Sie durchdenken?

B: Was haben Sie von den auf der Karte beschriebenen Methoden schon einmal ausprobiert?

B: Wie hilfreich war das jeweils, z. B. auf einer Skala von 1 (überhaupt gar nicht hilfreich) bis 10 (ich war wie ausgewechselt, die Prüfungsangst verflogen)?

Eine schriftliche Sammlung der ausgewählten Möglichkeiten durch die Studierenden erhöht die Wahrscheinlichkeit, dass diese verankert und angewendet werden.

Je konkreter Sie mögliche Maßnahmen gemeinsam fassen, desto besser. So können Sie z. B. feste Termine vereinbaren, bis zu denen die oder der Studierende sich für einen Entspannungskurs angemeldet, alle Prüfungsunterlagen gesammelt oder den Prüfungstag durchgeplant hat.

Sie könne auch vereinbare, was dem oder der Lernende die erarbeiteten Strategien immer wieder vor Augen führen kann.

| | |
|---|---|
| B: | Was kann Sie daran erinnern, was wir hier heute erarbeitet haben? |
| B: | Gibt es ein Symbol oder Bild, das für die angedachten Maßnahmen steht und bestärkend wirkt? |

5.3 Kartenbereich C Erarbeiten und Verstehen

Karte C.1 Begriffe und Definitionen – Beispiele finden

Abbildung: Karte C.1 Begriffe und Definitionen

**Hintergrund**

Mathematik basiert auf den **Definitionen** von abstrakten **Begriffen** wie z. B. „Summe“, „Funktion“ oder „Menge“. Definitionen dienen dabei der exakten Beschreibung dieser Begriffe (Kap. 3.3). Ein mathematischer Begriff ist zunächst einmal nur eine Art „Wort“, unter dem sich jeder anderes vorstellt. Eine mathematische „Menge“ ist für eine Person eventuell eine Ansammlung von Menschen. Eine andere Person stellt sich unter „Menge“ vielleicht einen Kreis in einem Venn-Diagramm vor. Beide Vorstellungen sind berechtigt.

Ein mathematischer **Gegenstand** kann sich dem Menschen über die Ansammlung aller berechtigten Vorstellungen zu einem Begriff („Wort“) erschließen. Welche Vorstellungen berechtigt sind, klärt die Definition.

Gemeinsam mit den Sätzen (Karte C.2), die die Beziehungen zwischen den Gegenständen erklären, bilden sie mathematische Theorie. Nicht nur Heintz (2000) diskutiert, was in der Mathematik wichtiger ist: Die Gegenstände oder die Strukturen zwischen den Gegenständen. Ein daran anschließender mathematikphilosophischer Exkurs wäre die Frage danach, ob zuerst mathematische Gegenstände auf der Welt sind und diese von Mathematiker:innen entdeckt werden oder Menschen die Gegenstände durch Denken erst aktiv konstruieren.

Die abstrakte Darstellung von mathematischen Gegenständen über Definitionen und ihre damit einhergehende Exaktheit ist eine Besonderheit der modernen Mathematik (vgl. Schmid, 2005). Bis in die Anfänge des letzten Jahrhunderts wurden Begriffe in Lehre und Forschung noch an Beispielen oder Anwendungen erläutert.

Im Lernprozess macht es die Abstraktion insbesondere Anfänger:innen schwer, sich eine Vorstellung der mathematischen Gegenstände zu erarbeiten. Um einen Begriff oder eine Definition zu erfassen, muss sich der oder die Lernende selbständig eine Vorstellung vom Gegenstand und seinen Verbindungen erarbeiten. Die Definition ist in den wenigsten

Fällen anschaulich. Auf der Karte zeigt sich dies am Beispiel der Definition eines Vektors. Der Vektor ist zunächst etwas, das bestimmten Regeln genügt, die einen Vektorraum beschreiben. Aus der Definition heraus kann man den Vektor noch nicht „sehen".

**Beispielen** kommt eine kaum zu unterschätzende Rolle für das Mathematiklernen, ebenso wie für das Forschen zu (vgl., schreibt Halmos (1983). Zu den meisten mathematischen Gegenständen existieren verschiedene Beispiele. Diese erzeugen bei der oder dem Lernenden unterschiedliche Vorstellungen, so auch beim Vektor-Beispiel auf der Karte. Die Vielfalt der Vorstellungen, die zu einem Vektor existieren, werden z. B. bei Tietze et. al. (2000) diskutiert. Die arithmetische Vorstellung, die auf der Tupel-Schreibweise beruht, auf Basis derer Rechenregeln geübt werden können steht im Kontrast zu bildlichen, geometrischen Vorstellungen. Diese wiederum können unterteilt werden in die Vorstellungen von Punkten, Pfeilen, Verschiebungen oder Pfeilklassen.

Über die Beispiele hinaus erschließt sich die Bedeutung von Gegenständen auch durch Zusammenhänge oder Abgrenzungen. Welche Beziehungen bestehen zwischen zwei verschiedenen Gegenständen? Welche Spezifika hat mein mathematischer Gegenstand? Welches Beispiel ist für meinen Gegenstand ggf. nicht passend?

Für die Erfassung der wissenschaftlichen Mathematik ist die Kenntnis der präzisen Definition wichtig. Diese sollte zu Beginn im originalen Wortlaut gelernt werden. Damit dieses Lernen jedoch nachhaltig ist, benötigt man tragfähige und solide Vorstellungen davon, was mit einem Begriff gemeint ist. Grundsätzlich gilt für das Verständnis von Begriffen: Je mehr (verschiedene) Beispiele, desto besser.

Im Fall des Vektors könnte zum Beispiel ein bestimmter Vektorraum als Beispiel dienen. In Frage kämen $(\mathbb{R}^2, +,\cdot)$ oder $(\mathbb{R}^3, +,\cdot)$, denn im eindimensionalen Raum ist der neue Begriff schwierig zu verstehen und alles was vier- oder höherdimensional ist, bereitet uns Menschen meist Probleme in der Anschauung. Wenn man sich den zweidimensionalen Raum heraussucht, dann kann man die Tupeldarstellung wählen und mit zwei konkreten Objekten ausprobieren, ob die Regeln für einen Vektorraum erfüllt sind: Für $\binom{3}{2}$ und $\binom{5}{7}$ beispielsweise. Wenn diese Darstellung als x-y-Koordinaten verstanden werden, dann können die

Vektoren auf kariertes Papier gezeichnet werden und man kann überlegen, ob die Rechenregeln auch der Anschauung entsprechen.

Nach einem ersten Beispiel können ungewöhnliche Fälle untersucht werden: Was passiert z. B. wenn man den Vektor $\binom{0}{0}$ betrachtet?

Anschließend kann über Zusammenhänge mit anderen Gegenständen nachgedacht werden oder aber über Spezifika: Wie hängen Vektorraum und Vektor zusammen? Was unterscheidet den Vektor vom Punkt?

**Handhabung**

Ziel der Karte ist es, dass die Studierenden eine bessere Anschauung für Begriffe mittels passenden Beispielen erarbeiten. Auf der linken Seite der Karte ist ein Beispiel für Definitionen der Begriffe Vektorraum und Vektor abgebildet. Rechts findet sich eine fiktive Gesprächsszene mit der Aufforderung, sich einen Vektor vorzustellen. Lassen Sie die oder den Studierenden die Karte betrachten. Beginnen Sie ein Gespräch.

| | |
|---|---|
| B: | Geht Ihnen das manchmal so? Dass eine Definition an der Tafel steht und Sie sich erst einmal gar nichts darunter vorstellen können? |
| B: | Definitionen sind maximal präzise. Begriffe sind erst einmal abstrakt. Ist das in Ihrer Veranstaltung auch so? |
| B: | Gibt es eine Definition, bei der Sie den Eindruck haben, dass mehr Anschauung hilfreich wäre? Sollen wir gemeinsam versuchen, ein Beispiel zu finden? |

Zunächst sollte auf **Vorwissen** und **Kreativität** der oder des Lernenden zurückgegriffen werden.

| | |
|---|---|
| B: | Haben Sie schon ein Beispiel im Kopf das sie mir erklären könnten? |
| B: | Haben Sie spontan eine Idee, wie man hier ein Beispiel generieren könnte? |

Im Idealfall fällt den Lernenden an dieser Stelle sofort ein Beispiel ein. In der Regel ist es nicht trivial, selbst ein Beispiel zu finden. Überlegen Sie in diesem Fall gemeinsam, wie man vorgehen könnte, um sich ein Beispiel zu beschaffen.

B: Ok. Welche Ideen hätten Sie denn, wo Sie nach einem Beispiel suchen könnten?

Naheliegende Antworten sind hier z. B., im **Skript** zu suchen, **Lehrbücher** zu bemühen, im **Internet** zu recherchieren, **Kommiliton:innen** zu fragen oder sich schließlich an die **Lehrperson** zu wenden.

Sofern verfügbar, können Sie gemeinsam mit der oder dem Studierenden z. B. im Skript nach einem Beispiel suchen. Alternativ wäre es möglich, mit Karte A.7 ein Sprechstundengespräch bei der Lehrperson vorzubereiten.

Sie können auch versuchen, die **Relevanz** des Begriffs in seiner mathematischen Struktur zu diskutieren, also auch Zusammenhänge zu anderen Begriffen und Spezifika des Begriffs diskutieren.

B: Kennen Sie Sätze, in denen der Begriff verwendet wird?

B: Gibt es etwas an diesem Begriff, das neu oder anders ist?

B: Wofür braucht man das eigentlich?

Lassen Sie die Lernenden so viel wie möglich erklären, egal ob Sie selbst mit dem Stoff vertraut sind oder nicht. Je besser die Person erklären kann, desto besser hat sie den Gegenstand verstanden.

Wenn Sie Mathematiker:in sind, dann besteht die Herausforderung möglicherweise eher darin, selbst nicht zu schnell zur oder zum Erklärenden zu werden. In personzentriertem Sinne zu beraten bedeutet hier, dass die oder der Studierende zunächst selbst Strategien suchen soll, um Beispiele zu finden. Diese können dafür sorgen, dass die Person in Zukunft mit derartigen Problemen umgehen kann.

Karte C.2 Gesetze und Sätze – Wenn und Dann

*Abb. Karte C.2 Gesetze und Sätze*

**Hintergrund**

In mathematischen Sätzen (auch Gesetze genannt) werden Aussagen über Zusammenhänge getroffen. Diese neuen Aussagen müssen in der Mathematik bewiesen werden, um dem wissenschaftlichen Anspruch nach Logik und Konsistenz zu genügen.

Sätze werden gelegentlich auch Theorem, Proposition, Lemma oder Korollar genannt, wobei die unterschiedliche Bezeichnung ein Hinweis auf die inhaltliche Relevanz des Satzes sein kann: Theoreme sind z. B. von größerer Bedeutung, mit „Lemma" wird ein kleiner Hilfssatz benannt.

Im Lernprozess können Sätze unabhängig von Beweisen erarbeitet werden. Da die Grundlage für die Bearbeitung von Problemen und Aufgaben meist ein Satz ist und die Sätze eine wichtige Basis für das Strukturverständnis der Mathematik darstellen (Karte C.4), kann es sinnvoll sein, sich zunächst nur mit Sätzen zu beschäftigen und diese wirklich zu durchdringen.

Auf der Karteikarte finden sich *Ideen für die Erarbeitung*.

**Welche Begriffe kommen vor? Wie sind sie definiert?**

Alcock (2016) betont, wie wichtig es ist, alle Begriffe verstanden zu haben, die im Satz vorkommen.

Im Beispiel des Höhensatzes auf der Karte wären folgende Begriffe zu klären: **Rechtwinkliges Dreieck** (Dreieck mit einem 90°-Winkel), **Höhe**: steht im 90°-Winkel auf der **Hypotenuse (Grundseite)** des Dreiecks und verläuft durch die gegenüberliegende Ecke, **Hypotenusenabschnitte**: Abschnitte der Hypotenuse links und rechts der Höhe, **Rechteck:** Bedeutet hier das Produkt!

Im zweiten Beispiel, dem Satz über Teilbarkeit, finden sich folgende Begriffe: **Ganze Zahlen**: Menge $\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$, **Aufeinanderfolgend:** z. B. 2, 3, 4 oder 5, 6, 7 oder 10, 11, 12 oder…., **Teilbarkeit**: Entspricht in diesem Fall einer klassischen Division ohne Rest.

**In welchen Zusammenhängen stehen sie?**

Während die Begriffe eben noch separat beschrieben wurden, geht es nun darum, sie im Zusammenhang zu sehen. Um sich mathematische Zusammenhänge zu verdeutlichen, eignen sich Bilder, Skizzen und Diagramme genauso wie die Übersetzung von Formeln in Text oder andersherum. Gemeint ist, dass Funktionen ausschnittsweise als Graphen dargestellt werden, logische Strukturen in Pfeildiagrammen repräsentiert werden oder geometrische Objekte beispielhaft gezeichnet werden. Was davon im Einzelnen sinnvoll ist hängt stark vom mathematischen Gegenstand ab und kann deshalb nicht allgemein festgelegt werden.

Für den Höhensatz könnte eine Skizze angefertigt werden, in der die Situation dargestellt ist. Im Teilbarkeitssatz könnte der Zusammenhang zwischen „aufeinanderfolgend“ und „ganze Zahlen“ bedeuten, dass Beispiele dafür gefunden werden oder eine allgemeine Notation: $l, m$ und $n$ werden umgewandelt in $l, l+1$ und $l+2$.

**Welche neue Erkenntnis liefert der Satz?**

Dies ist die Frage nach der Aussage des Satzes. Wichtig für die Unterstützung von Studierenden ist es zu wissen, dass Sätze immer einer Wenn-Dann-Struktur unterliegen, auch wenn dies nicht immer sofort ersichtlich ist. Die Sätze auf der Karte C.2 lassen sich umformulieren in:

*Satz (Höhensatz):* **Wenn** ein rechtwinkliges Dreieck gegeben ist, **dann** ist das Quadrat über der Höhe $h$ inhaltsgleich dem Rechteck aus den beiden Hypotenusenabschnitten $p$ und $q$.

*Satz (Teilbarkeit):* **Wenn** $l$, $m$ und $n$ aufeinanderfolgende ganze Zahlen sind, **dann** ist $l \cdot m \cdot n$ durch 6 teilbar.

Es ist sehr wichtig für das Verständnis von Sätzen, zwischen Voraussetzungen und Folgerungen zu unterscheiden. Die Wenn-Dann-Struktur wird in der Mathematik **Implikation** genannt und mit einem doppelten Pfeil gekennzeichnet: $\Longrightarrow$

Seltener tritt in einem Satz eine Genau-dann-wenn-Struktur auf, eine sogenannte Äquivalenz. Hier gilt die Wenn-Dann-Aussage in beide Richtungen. Das mathematische Symbol für die Äquivalenz ist der Doppelpfeil $\Leftrightarrow$.

Herauszuarbeiten sind im Gespräch also die Voraussetzungen und die Folgerungen bzw. Implikationen.

Die Analyse der Wenn-Dann-Struktur des Höhensatzes ergibt, dass er nur für rechtwinklige Dreiecke gilt. Für allgemeinere Dreiecke darf der Satz überhaupt nicht genutzt werden. Unter dieser Voraussetzung ergibt sich nun eine Gleichung, die die Höhe mit den Hypotenusenabschnitten in Verbindung setzt.

Bis hierhin sind die wichtigsten Erarbeitungsschritte vollzogen. **Optional** bietet es sich auch noch an, vertiefend die folgenden Fragen zu besprechen:

**Wie kann ich die Aussage (möglichst präzise) in Alltagssprache umwandeln?**

Eigene, mündliche Formulierungen eines Satzes können sowohl das Verständnis überprüfen als auch fördern. Falls hier ein differenzierteres Vorgehen erwünscht ist, kann mit Karte C.6 fortgefahren werden.

**Kann ich den Satz mit einem Bild oder einer Skizze veranschaulichen?**

Eine Visualisierung von Zusammenhängen ist für das Einprägen stets hilfreich. Für den Höhensatz bietet sich eine geometrische Zeichnung an. Im Fall des Satzes zur Teilbarkeit ist die Visualisierung schwieriger.

**Wenn ich Spezialfälle ausprobiere: Was passiert, wenn ich bestimmte Zahlen oder enger gefasste Begriffe benutze?**

Um ein Verständnis für den Satz zu gewinnen, kann es auch sinnvoll sein, sich speziellere Fälle anzusehen. Dies könnte ein Dreieck sein, das nicht nur rechtwinklig ist, sondern auch zwei am rechten Winkel anliegende gleichlange Seiten hat. Diese zusätzliche Bedingung ist im Satz gar nicht vorausgesetzt. Aber wenn der Satz für alle rechtwinkligen Dreiecke gilt, dann auch für diejenigen mit zwei gleichlangen Schenkeln.

Spezialfälle zu betrachten ist eine Strategie, die im Studium in der Regel nicht explizit gelehrt wird, die erfahrene Mathematiker:innen aber nutzen, um sich ein Bild von der Situation zu machen. Es werden einfachere Fälle betrachtet, d.h. man geht von einer gegebenen Menge von Dingen zu einer kleineren Menge, die in der gegebenen Menge enthalten ist, über. Oder man setzt für (einige) Variablen konkrete Werte aus dem Definitionsbereich ein, z. B. einfachere Zahlen oder Funktionen. Es ist auch möglich, Extremfälle zu betrachten, beispielsweise an Definitionsrändern. Auch ein Fokus auf die ersten Glieder einer Folge oder Reihe oder auf eine kleinere Dimension, mit weniger Variablen oder weniger Parametern wären Untersuchungen von Spezialfällen. Es gibt noch weitere Möglichkeiten, wobei alle diese an den jeweiligen mathematischen Gegenstand gebunden sind. Die sorgfältige Auswahl und Untersuchung von Spezialfällen kann das Entdecken weitergehender Lösungsideen unterstützen (Karten D.1 und D.4).

### Handhabung

Gehen Sie mit der oder dem Lernenden die Fragen auf der Karte durch. Schlagen Sie vor, die Ideen zur Bearbeitung an einem konkreten Satz Schritt für Schritt zu erarbeiten. Dies kann, neben dem Beispiel auf der Karte, ein Satz aus dem Vorlesungsskript der oder des Lernenden sein.

B: Was halten Sie davon, wenn wir die Fragen auf der Karte an einem Satz aus Ihrer Veranstaltung klären?

Erfragen Sie zuerst das Verständnis der **Begriffe**.

B: Welche Begriffe kommen vor? Sollen wir die mal Stück für Stück durchgehen und Sie erklären Sie mir?

Sie müssen nicht überprüfen können, ob die Beschreibung des oder der Lernenden tatsächlich stimmt. Beobachten Sie, ob die Reaktion sicher oder unsicher ist und fragen Sie nach, wenn Sie den Eindruck haben, dass Unsicherheit bestehen könnte.

B: Wie sicher sind Sie sich – auf einer Skala von 0 bis 10 – dass Ihre Erklärung völlig richtig ist?

Bei einem Wert unter 7 könnten Sie den Vorschlag unterbreiten, die eigene Erklärung aufzuschreiben und anschließend im Skript mit der präzisen Definition abzugleichen. Dies kann etwas Zeit in Anspruch nehmen. Sollte die Gesprächszeit bereits an dieser Stelle ablaufen, können Sie deutlich machen, dass die Aufarbeitung aller im Satz vorkommenden Begriffe Grundlage für das Verständnis des Satzes und so auch für weitere Gespräche ist.

Bei den Sätzen auf der Karte sollten Studierende in der Lage sein, die Begriffe direkt zu erklären. Wenn Sie einen Satz aus der Veranstaltung betrachten, dann müssten die den Begriffen zugrundeliegenden Definitionen ggf. noch einmal im Skript nachgeschlagen werden, wenn die oder der Studierende sie nicht versteht. Stellen Sie größere Verständnislücken auf dieser Stufe fest, dann kann Karte C.1 herangezogen werden oder Sie verweisen die Studierenden auf ein Sprechstundengespräch bei der Lehrperson (Karte A.7).

Als methodisches Vorgehen zur Erarbeitungs- und Gesprächsstrukturierung kann es sich anbieten, alle erarbeiteten Begriffe farbig markieren zu lassen. Begriffe, die noch genauer erklärt werden müssten, können bspw. unterstrichen werden.

Lenken Sie nach der Klärung der Begriffe das Gespräch auf die **Zusammenhänge** zwischen den Begriffen.

| | |
|---|---|
| B: | Sehen Sie Zusammenhänge zwischen den Begriffen? |
| B: | Ergibt sich bei Ihnen schon ein Bild für den Satz? |
| B: | Kann man aus der Kombination der Begriffe schon irgendetwas weitergehendes absehen? |

Das Ausmaß der Ideen an dieser Stelle kann gering sein. Gehen Sie in diesem Fall einfach zur nächsten Überlegung weiter.

Thematisieren Sie nun, welche **Erkenntnis** der Satz liefert. Dafür können Sie die Wenn-Dann-Analyse nutzen.

| | |
|---|---|
| B: | Formulieren Sie den Satz doch einmal mit „Wenn“ und „Dann“. |

Sie erkennen ein gründliches Verständnis von Voraussetzungen und Folgerungen daran, dass der oder die Studierende z. B. in der Lage ist, den Satz in Wenn-Dann-Struktur umzuformulieren und dabei eigene Worte zu gebrauchen.

Falls der oder dem Lernenden die Auseinandersetzung mit den bisherigen Fragen leicht gefallen zu sein scheint, dann können Sie sich auch noch an die **optionalen Fragen** wagen.

| | |
|---|---|
| B: | Können Sie den Satz in eigene Worte fassen? |
| B: | Was stellen Sie sich bildlich vor, wenn Sie diesen Satz lesen? Hätten Sie eine Idee für eine Zeichnung? |
| B: | Wie sieht es mit der Variation der Voraussetzungen aus? Gibt es Spezialfälle, die es sich lohnt anzusehen? |

Dies sind Aufforderungen, die die oder der Lernende möglicherweise nicht innerhalb der Sprechstunde lösen kann, wenn Sie hier keine Unterstützung bieten können. Geben Sie diese Idee deshalb als Hausaufgabe mit und betonen Sie, dass es eine große Hilfe ist, wenn man gedanklich auf ein Bild, eine eigene sprachliche Darstellung oder das Wissen über Spezialfälle zurückgreifen kann. Sollte das Gespräch fortgesetzt werden bieten sich zur Weiterarbeit, je nach Interesse der oder des Lernenden, zum Thema Sprachgestaltung die Karte C.6 oder zum Thema Visualisieren die Karte D.4 an.

Je nachdem, wie gut sie den gewählten Inhalt fachlich nachvollziehen können, bleibt hier offen, wie sie weiter agieren. Wichtig ist im Sinne der Hilfe zur Selbsthilfe, dass Sie nicht beginnen zu erklären, sondern die Lernende oder den Lernenden immer wieder mit offenen Fragen dazu auffordern, selbst zu erklären, zu zeichnen oder zu recherchieren.

Karte C.3 Beweise verstehen – präzise bleiben

*Abb. Karte C.3 Beweise verstehen*

**Hintergrund**

Beweise sind gewissermaßen das Herzstück der Mathematik, da nur durch sie geklärt wird, ob wissenschaftlich gesehen alles korrekt ist.

Ein „einfacher“ Beweis, der oftmals zu Studienbeginn thematisiert wird, ist derjenige zur sogenannten *Gaußschen Summe*.

Satz: Die Summe der ersten $n$ ganzen Zahlen ist $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$.

Beispiel: Addiere die Zahlen von 1 bis 10 im Kopf: $\frac{10 \cdot 11}{2} = 5 \cdot 11 = 55$

Beweis: (Beweistyp vollständige Induktion)

Für den Fall, dass $n = 1$ ist, stimmt der Satz. Denn die Summe über 1 ist 1 und wenn man in der Formel für $n = 1$ einsetzt, dann kommt auch 1 heraus.

Es kann also davon ausgegangen werden, dass der Satz für die Ausgangszahl 1 stimmt.

Jetzt wird von $n$ auf $(n + 1)$ geschlossen. Das heißt, dass man für alle Zahlen auf den jeweiligen Nachfolger schließt. Da die Formel für die Ausgangszahl 1 richtig ist, beweist man damit den Satz für alle Zahlen.

In der Formel wird statt $n$ nun $(n + 1)$ eingesetzt. Es ergibt sich $\frac{(n+1) \cdot (n+2)}{2}$. Dieser Term kann umgeformt werden: $\frac{(n+1) \cdot (n+2)}{2} = \frac{(n+1) \cdot n + (n+1) \cdot 2}{2} = \frac{(n+1) \cdot n}{2} + \frac{(n+1) \cdot 2}{2} = \frac{(n+1) \cdot n}{2} + (n + 1)$. Am letzten Term kann man „sehen“, dass sich die Summe der ersten (n+1) Zahlen herleiten lässt aus der Formel für die ersten n Zahlen plus der Zahl (n+1). Damit ist der Satz bewiesen.

Der Aufwand, in Vorlesungen vorgestellte Beweise nachzuvollziehen, ist für Studierende oft hoch. Dies liegt nicht nur an den abstrakten Gedankengängen, sondern auch daran, dass manche der Schritte für die

Lehrperson „trivial“ sind, für die Studierenden jedoch noch nicht. Den Unterschied machen hierbei oft Routinen (z. B. Umformen von Termen), die mit zunehmender Erfahrung einfacher werden. Zu Anfang muss sich die oder der Lernende diese fehlenden Schritte jedoch in Eigenregie erarbeiten.

Es gibt mehrere Gründe, warum Studierende alle Beweise mindestens einmal gründlich nachvollziehen sollten. Abgesehen von ihrer Relevanz für den wissenschaftlich fundierten Aufbau von Mathematik liegen ihnen bestimmte Beweis-Strategien zugrunde, die Studierende später selbst für das Problemlösen, insbesondere für das eigenständige Beweisen (Karte D.4) nutzen können. Hierzu gehören Methoden wie der direkte Beweis, der Widerspruchsbeweis, die vollständige Induktion, das Schubfachprinzip, das Extremalprinzip, das Linearitätsprinzip, Abschätzungen mittels Ungleichungen oder andere Beweisstrategien (vgl. Grinberg 2008 sowie Alcock 2013). In wenigen Fällen liefern (direkte) Beweise auch Rechenverfahren bzw. Algorithmen (Karte C.5).

Ob das Auswendiglernen von Beweisideen gefordert wird, hängt in der Regel von der Lehrperson und der Prüfungssituation ab. Es sollte jedoch sinnvollerweise dem Erarbeiten nachgelagert sein.

Auf der Karte sind zwei Kästen dargestellt: „Schritt für Schritt und präzise das eigene Beweisverständnis prüfen“ sowie „Vertiefung“. Die Schritt-für-Schritt-Anleitung kann verstanden werden als Anregung für alle Berater:innen. Bei der Vertiefung handelt sich um zusätzliche Fragen zur Analyse der fachbezogenen Notation (Quantoren, logische Symbole) bzw. zur inhaltlichen Vertiefung (Beweistyp, Reflexion über Algorithmen). Wenn Studierende mit Quantoren und ihrer Bedeutung vertraut gemacht wurden, dann sollten sie sie auch im Nachvollziehen des Beweisprozesses nutzen können. Als Berater:in müssen Sie selbst entscheiden, ob Sie die Vertiefung im rechten Kasten nutzen wollen und können.

Die Arbeitsaufträge im linken Kasten fordern dazu auf, dass Schritt für Schritt und Satz für Satz verstanden werden soll, was im Beweis steht. Die Kenntnis der Logik-Symbole ist hilfreich im Prozess des Präzise-Bleibens, aber für die Lernenden nicht zwingend notwendig. Trotzdem geht es hier um maximale Genauigkeit. Beweise müssen lückenlos verstanden sein, sonst verlieren sie ihre Bedeutung.

Im Nachvollziehen von Beweisen entfaltet sich manchmal eine besondere Ästhetik von Mathematik: Struktur und Präzision, die bei gründlichem Verstehen in Klarheit mündet. Versuchen Sie, dieses emotionale Erlebnis auf diese Weise positiv zu besetzen und den Lernenden zu vermitteln, dass das erfolgreiche Nachvollziehen eines Beweises ein enormes Selbstwirksamkeitserlebnis freisetzen kann.

**Handhabung**

Die Karte kann ausgewählt werden, wenn Studierende andeuten, dass sie einen Beweis „grob“ oder eben gar nicht verstanden haben und auch nicht klar ist, wie sie sich ein Verständnis erarbeiten können. Sie können fragen, ob er oder sie an einem Beispiel erarbeiten will, wie präzise man im Nachvollziehen von Mathematik sein kann bzw. muss.

| | |
|---|---|
| B: | Sollen wir gemeinsam schauen, wie präzise man sein muss bzw. kann? |
| B: | Gibt es einen Beweis, den sie „ungefähr“ aber noch nicht in allen Details verstanden haben? |

Lassen Sie die oder den Studierenden aus dem Skript einen Beweis wählen. Wenn es eher darum gehen soll, Präzision zu üben, dann darf es auch ein Beweis sein, der als verstanden gilt. Möchte die oder der Studierende eher inhaltlich arbeiten, dann bietet sich ein Beweis an, bei dem er oder sie noch das Gefühl von Lücken hat. Lassen Sie sich zunächst den Satz erklären. Dieser muss so verstanden sein, dass die oder der Lernende die Kernaussage in eigenen Worten wiedergeben kann (Karten C.2 und C.6).

| | |
|---|---|
| B: | Bitte erklären Sie mir vorab noch einmal, was der Satz aussagt, der bewiesen wird, damit ich in das Thema hineinfinde. |

Ein Prüfkriterium für das Verständnis der Satzaussage ist, dass die Person Ihnen überzeugend erklären kann, was der Satz aussagt. Fragen Sie nach, wenn Sie nicht alles verstehen oder wenn etwas ungenau wiedergegeben wurde.

Beginnen Sie Satz für Satz mit der Analyse des Beweises.

| | |
|---|---|
| B: | Bitte erklären Sie mir Wort für Wort und Schritt für Schritt, wie der Beweis abläuft. Bitte langsam! Ich versuche, Ihnen zu folgen. |

Bemühen Sie sich, den Ausführungen konzentriert zu folgen. Jeder Schritt sollte genau erklärt sein. Kann der oder die Studierende nicht überzeugend erklären wieso im Beweis der nächste Schritt folgt, hat sie oder er in der Regel diesen Schritt noch nicht genügend verstanden. Grundsätzlich müsste jeder einzelne Schritt mit Wissen aus dem Skript („Steht das irgendwo im Skript?“) oder auf Abitur-Grundwissen zurückführbar sein.

Deutet sich im Arbeitsprozess oberflächliches Arbeiten an, kann ein Exkurs zur Karte D.5 und ein Gespräch über eigenverantwortliches Arbeiten hilfreich sein.

Wenn Sie den Eindruck haben, dass die Person den Beweis im Griff hat, also z. B. sehr sicher wirkt und Sie inhaltlich selbst nicht folgen können, dann trauen Sie Ihrem gesunden Menschenverstand und lassen Sie sich ggf. überzeugen:

B: Ehrlich gesagt haben Sie mich an dieser Stelle noch nicht überzeugt, dass das „klar“ ist, aber vielleicht fehlt mir das mathematische Know-How. Sie wirken sicher auf mich, müssen aber selbst entscheiden wie sicher sie sich sind.

Bieten Sie gegebenenfalls an, „Lücken“ im Beweis mit Farben oder Klebezettelchen zu markieren, um diese Fragen vom Studierenden später klären zu lassen.

B: Wollen Sie die Stelle, in der Sie unsicher waren, markieren? Zum Beispiel mit einem Klebezettel? Dann können sie eventuell bei Gelegenheit jemand anderes dazu befragen.

Ermutigen Sie die Person, bei der Sache zu bleiben. Die Erarbeitung von Beweisen verlangt hohe Konzentration und großes Durchhaltevermögen.

B: Das ist ganz schön anstrengend, oder? Wir haben aber schon ein ganzes Stück geschafft.

Bricht die Motivation bei den Studierenden im Beweisprozess ein oder stellen Sie eine emotionale Schieflage fest, dann bietet es sich an für weitere Gespräche Karten aus dem Bereich *Emotion und Motivation* anzubieten, z. B. Karte B.2.

Karte C.4 Ordnung im Kopf – Vernetzen

*Abb. Karte C.4 Ordnung im Kopf*

**Hintergrund**

Der wissenschaftliche Aufbau von Mathematik bedingt, dass in den Mathematikveranstaltungen an Universitäten und Hochschulen die Inhalte systematisch und Stück für Stück aufgebaut werden (Kap. 2.1 und 3.3).

Für die flexible Nutzung des Wissens beim Problemlösen und Aufgaben bearbeiten werden zumeist jedoch einzelne Aspekte aus verschiedenen Abschnitten benötigt. Daher ist es sinnvoll, sich immer wieder einen Überblick zu verschaffen. Die Einordnung von einzelnen Begriffen, Sätzen etc. in einen Gesamtzusammenhang hilft auch dabei, diese präzise wiedergeben zu können (Karte C.6). Wissen wird organisiert, knüpft an Vorwissen an und ist somit leichter abrufbar (Karte D.2).

Um sich einen Überblick zu schaffen, bietet sich eine Baum- oder Netzstruktur an, wie sie auf Karte C.4 exemplarisch dargestellt ist. Schubert-Henning (2007) nennt die Gesamtheit dieser Darstellungen „Strukturierte Lernbilder", wozu unter anderem Mindmaps oder Flussdiagramme zählen. Mathematische Beispiele dazu findet man auch bei Alcock (2013).

**Handhabung**

Diese Karte ist sinnvoll zur gezielten Prüfungsvorbereitung, oder auch im späteren Verlauf des Semesters und für Lernende, die andeuten, dass Sie mit der Fülle der Begriffe nicht zurechtkommen und den Überblick verlieren.

Sie können durch das Vorlegen der Karte den Vorschlag machen, die Inhalte der Veranstaltung zu sortieren.

| | |
|---|---|
| B: | Wenn Sie möchten, dann können wir hier eine Methode nutzen, um die vielen Dinge in der Veranstaltung zu strukturieren, damit Sie einen besseren Überblick bekommen. |
| B: | Vielen Studierenden hilft es, einen schriftlichen Überblick über ein Fach zu bekommen und alles auf einen Blick zu sehen. Dann |

müssen sie nicht alles im Kopf haben und können in Ruhe sortieren. Haben Sie Lust das einmal auszuprobieren?

Es ist weder inhaltlich sinnvoll noch im zeitlichen Umfang einer Beratungseinheit möglich, alle Begriffe und Sätze einer ganzen Veranstaltung in eine visuelle Struktur einzuordnen. Möglich und sinnvoll ist es aber, den Darstellungsprozess dazu zu nutzen Begriffe und Sätze nach Relevanz zu sortieren. Wenn in einer Veranstaltung verschiedene Themengebiete behandelt wurden, z. B. zunächst Analytische Geometrie und im zweiten Teil der Veranstaltung Analysis, dann sollte in einer Darstellung nur eines dieser Oberthemen dargestellt werden.

B: Es gibt verschiedene Möglichkeiten, die Veranstaltung zu erarbeiten: (1) Durch die Sortierung ganzer Themenblöcke wie auf der Karte dargestellt, oder (2) durch die gezielte Auswahl zentraler Begriffe und Sätze. Was scheint Ihnen am sinnvollsten?

Folgen Sie der Entscheidung der oder des Lernenden und überlegen Sie gemeinsam, wie das weitere Vorgehen dann aussehen müsste. Im Fall 1 scheint ein systematisches Durchgehen durch das Skript einleuchtend.

Für den Fall 2 müssen Mittel gefunden werden um zu entscheiden, welches die besonders relevanten Begriffe und Sätze sind. Hierzu kann zum Beispiel angeregt werden, die Übungsaufgaben durchzusehen und dort genutzte Begriffe und Sätze aufzulisten, da dies ein Indiz für inhaltliche Relevanz sein kann. Ebenso bieten sich Fragen nach zeitlichem Umfang des behandelten Aspekts oder nach rhetorischen Indizien seitens der oder des Lehrenden an.

B: Sie müssen entscheiden, welche Begriffe besonders relevant sein könnten. Meist betonen die Lehrenden in den Veranstaltungen relevantes Wissen besonders oder wiederholen es oft. Gibt es da etwas an das sie sich erinnern?

B: Gibt es in Ihren Übungsaufgaben Themen, die wiederholt oder auch gar nicht auftauchen?

B: Gab es Themen auf die in der Veranstaltung besonders viel Zeit verwendet wurde?

**Alternatives „Brainstorming“**

Alternativ haben Sie auch die Möglichkeit, ein spontanes „Brainstorming" zu veranstalten und die bzw. den Studierenden aufzufordern, 10 bis 20 Begriffe, Themen oder Sätze zu notieren, die noch erinnert werden.

B: Schreiben Sie doch in aller Schnelle 10 bis 20 Begriffe oder Sätze auf, die Ihnen noch in Erinnerung sind Sie dürfen sie auf dem Blatt erst einmal notieren wo sie möchten.

Anschließend können Sie gemeinsam mögliche Beziehungen durch Verbindungslinien herstellen. Sie können anschließend darum bitten, an jedes Element eine Zahl zwischen 1 und 10 zu schreiben, die angibt, wie gut die oder der Lernende sich mit diesem Element auskennt. Dies wird in aller Spontanität ein unübersichtliches Bild ergeben, bietet aber einen zwanglosen Einstieg in die Gestaltung einer Übersicht.

B: Haben Sie beim Aufschreiben bewusst bestimmte Begriffe in der Nähe voneinander platziert?

B: Fallen Ihnen noch inhaltliche Verbindungen zwischen verschiedenen Begriffen ein? Könnten Sie diese mit Linien darstellen?

Im Nachgang können Sie darum bitten, dass die Verbindungslinien über das Skript verifiziert werden. Diese nachträgliche, systematische Analyse kann eventuell bestehende Lernlücken aufdecken.

Wichtig ist auch hier, dass die oder der Lernende selbst entscheidet, ob dem Impuls nachgegangen wird oder nicht. Wenn in der Sitzung die Begeisterung für eine Strukturierung da ist, im folgenden Gespräch aber kein Ergebnis folgt, dann lohnt sich vielleicht die überraschte Nachfrage danach, woran dies gelegen haben könnte.

Arbeiten Sie bei dieser Methode idealerweise mindestens mit Papier in DIN A3-Format, welches Sie querlegen, damit ausreichend Platz zum Sammeln und Verbinden besteht. Eine Variante kann sein, die einzelnen Begriffe auf kleinen Klebezetteln zu sammeln, die in einem zweiten Schritt sortiert werden können und jederzeit eine Neustrukturierung zulassen.

Karte C.5 Rechenverfahren und Algorithmen

*Abb. Karte C.5 Rechenverfahren & Algorithmen*

**Hintergrund**

Rechenverfahren zu beherrschen ist etwas, das erfahrungsgemäß eher in Hochschulen für angewandte Wissenschaften als Prüfungsleistung gefordert wird, wohingegen es an Universitäten manchmal still vorausgesetzt wird. Begründet ist dies wohl mit unterschiedlichen Studienzielen: Das stärker anwendungsbezogene Studium an Hochschulen sowie das stärker forschungsorientierte Studium an Universitäten.

Das Beherrschen von bestimmten Verfahren gehört auch nicht direkt zum Problemlösen (Kap. 5.4), da das Lösungsverfahren schon vorgegeben ist und nicht „erfunden“ werden muss. Trotzdem kann es bei der Anwendung von Verfahren und Algorithmen unter Umständen auch sinnvoll sein, auf die Karten D.1 bis D.5 zurückzugreifen. Bei Karte C.5 geht es zunächst einmal um die Erarbeitung im Sinne von Lernen und Verstehen des Verfahrens bzw. der Verfahren.

Einen Algorithmus durchzuführen kann sehr langwierig sein, insbesondere im Lernstadium. Der Konzentrationsaufwand ist hoch. Die Schritt-für-Schritt-Anleitung auf der Karte dient nicht nur zum Erarbeiten des Algorithmus, sondern auch als Gedächtnisstütze für die Durchführung. Sie unterstützt erfahrungsgemäß die flexible Handhabung dieses Werkzeugs beim weiteren Mathematiktreiben.

Es gilt beim Algorithmus – wie beim Beweis – auf Präzision zu achten. Die Präzision beginnt damit, dass die Voraussetzungen geprüft werden, setzt sich in der Umsetzung fort und liefert am Ende ein Ergebnis, das noch einmal überprüft werden sollte.

Als Beispiel sei der Algorithmus für das schriftliche Addieren genannt, da dieser recht bekannt ist.

$$\begin{array}{cccc} & 1 & 9 & 6 \\ + & & 8 & 7 \\ - & -1 & -1 & - \\ & 2 & 8 & 3 \end{array}$$

Die Schritt-für-Schritt-Anleitung zum Beispiel auf der Karte könnte so aussehen:

- Schreiben Sie die zu addierenden Zahlen so untereinander, dass gleiche Stellenwerte untereinanderstehen.
- Unterstreichen Sie die beiden Zahlen.
- Fügen Sie das Operationszeichen vorne an.
- Beginnen Sie bei den Einern mit dem Addieren und setzen Sie das folgende Verfahren nach links fort.
- Wenn bei der Addition
    - o Das Ergebnis kleiner als 10 ist, dann schreiben Sie es unter den Strich.
    - o Das Ergebnis größer oder gleich 10 ist, dann schreiben Sie nur die Einerstelle unter den Strich und ergänzen Sie den berechneten Zehnerwert in der Spalte links daneben (bei dem nächst höheren Stellenwert).
- Sinn und Zweck des Algorithmus: Zwei (oder mehr) Zahlen addieren. Benutzt man, wenn es beim Kopfrechnen zu unübersichtlich wird.
- Nicht erlaubtes Beispiel ausdenken. Was passiert zum Beispiel, wenn man die Stellenwerte nicht genau untereinanderschreibt?

$$\begin{array}{ccccc} & 1 & 9 & 6 & \\ + & & & 8 & 7 \\ - & -1 & -1 & - & - \\ & 2 & 0 & 4 & 7 \end{array}$$

Klar ist, dass dies nicht zum richtigen Ergebnis führt. Das liegt daran, dass durch die entstehende Lücke in der oberen Zeile symbolisch eine Null angefügt wurde. Statt 196 bedeutet die Zahl innerhalb der Algorithmusstruktur nun 1960.

Dieses Beispiel ist zugegebenermaßen sehr einfach. Es soll jedoch nur dazu dienen zu illustrieren, dass es sich bei Algorithmen um reproduzierbare Rechenverfahren handelt und nicht um die Lösung eines (noch ungelösten) Problems. Die zugehörige Aufgabenstellung wird in der Regel anwendungsorientiert sein, z. B. „Addieren Sie 1234 und 5678.“

Verfahren dieser Art sollten zunächst verstanden werden. Dazu gehört das Verständnis der einzelnen Schritte, also die Antwort auf die Frage, was wann und warum getan wird (Punkte 1 und 4 auf der Karte) genauso wie die Kenntnis wichtiger Voraussetzungen (Punkte 5 und 6), das

Auswendiglernen des Verfahrens (Punkt 2) sowie das Üben und Verinnerlichen (Punkt 3).

### Handhabung

Diese Karte kann bei zwei Anliegen empfohlen werden: Erstens, wenn Studierende von „typischen“ Aufgaben berichten, die immer wieder vorkommen und bei denen es darum geht, Dinge zu berechnen. Oder zweitens, wenn bei Themen, die in Klausuren thematisiert werden.

Lassen Sie von der bzw. von dem Studierenden ein Verfahren aus der Vorlesung oder aus den Übungsaufgaben auswählen.

Gemeinsam erstellen Sie eine Schritt-für-Schritt-Anleitung für das Verfahren gemäß **Punkt 1** auf der Karte. Jeder Schritt sollte erklärt werden. Wenn Sie möchten, dann können Sie sich bereiterklären, die Schritte der Anleitung parallel an einem Beispiel (und genau nach Anleitung der Studierenden) mit zu verfolgen. Dieses Vorgehen erhöht unter Umständen die Genauigkeit in der Erklärung bzw. die Fehlersensibilität. Der oder die Studierende erklärt mündlich, wie der Schritt zu vollziehen ist und Sie führen die Berechnung am Beispiel durch. Der oder die Studierende kontrolliert Ihr Vorgehen. Die so erarbeitete Anleitung ist der erste Schritt in der Auseinandersetzung mit dem Algorithmus. Sollten Sie sich eine inhaltliche Begleitung nicht zutrauen, dann delegieren Sie diesen Schritt in den Bereich der Hausaufgaben oder regen ein Sprechstundengespräch an (Karte A.7).

Wenn die oder der Lernende in **Punkt 2** den Algorithmus auswendig lernen soll, dann bietet es sich an, dass sie oder er für jeden Schritt ein kleines Symbol erfindet, welches den jeweiligen Schritt repräsentiert. Die Schritt-für-Schritt-Anleitung für das schriftliche Addieren könnte dann verkürzt so aussehen: ⇃ für „Stellenwerte beachten“, _ für „Unterstreichen“, + für „Operationszeichen einfügen“, ← für „von rechts nach links arbeiten“, $> 10?$ für „Fallunterscheidung“. Derart verkürzt und visuell repräsentiert gelingt das Merken schneller, wenn die Zuordnung der Symbole klar ist.

Wenn Sie so weit gekommen sind, dann lassen Sie sich gegebenenfalls eine Aufgabe konkret vorrechnen (**Punkt 3** auf der Karte). Die Aufgabe sollte eine bereits gelöste Aufgabe aus dem Skript sein. Sie dient nur dazu, das Verfahren noch einmal nachzuvollziehen und zu überprüfen, ob die Anleitung stimmig ist.

Die Frage, wozu das Verfahren dient (**Punkt 4**), können Sie auch mündlich thematisieren, Sie sollten jedoch fordern, dass dies von der oder dem Lernenden auch schriftlich kurz festgehalten wird.

In **Punkt 5** sollen die Lernenden dazu aufgefordert werden, sich selbst Aufgaben auszudenken. Dies kann z. B. durch Variation der Zahlen einer Beispielaufgabe geschehen.

Entscheiden Sie selbst, ob Sie den letzten Punkt auf der Karte, die Suche nach einer Aufgabe, die die Voraussetzung nicht erfüllt und die Untersuchung dessen, was dann mit dem Algorithmus passiert, in Angriff nehmen wollen. Die Auseinandersetzung mit einem „Gegenbeispiel“ kann das Verständnis für die Notwendigkeit der Voraussetzungen erhöhen, es erfordert aber ein mutiges Umdenken. Bis hier haben Sie nämlich nach Routine und Festigung gesucht und in **Punkt 6** versuchen Sie, bildlich gesprochen, an diesem Gerüst zu wackeln und zu testen, ob es trotzdem noch hält. Unterstützen Sie ggf. auch emotional, wenn die Person verunsichert ist.

Zu guter Letzt: Schritt-für-Schritt-Anleitungen anzulegen ist mühsam. Beweisen Sie selbst Geduld, bewahren Sie Ruhe und beobachten Sie Ihre eigenen Emotionen. Bleiben Sie hier ein Vorbild.

Karte C.6 Abstrakte Ideen – eine Prise Ungenauigkeit hilft!
*Abb. Karte C.6 Abstrakte Ideen*

## Hintergrund

Diese Karte richtet sich an mathematisch fortgeschrittene Leser:innen, die sich zutrauen, inhaltlich eng zu beraten. Die Einschätzung, ob die mündliche Darstellung von mathematischen Zusammenhängen einer gewissen Präzision genügt, ist nicht einfach. Sie variiert zudem abhängig von Fachkultur und Lehrperson.

Die Karte richtet sich auch an mathematisch fortgeschrittene Studierende. Bei den Dingen, die man in Mathematik gerade neu lernt, sollte man Ungenauigkeit zunächst grundsätzlich vermeiden und stattdessen Präzision und Genauigkeit üben (Karten C.3 und D.5). Gerade Anfänger:innen in Mathematik sollten sorgfältig mit mündlichen Darstellungen sein.

Grundsätzlich gilt aber: Sobald der Inhalt von den Studierenden auf der logischen und formalen Ebene (Karten C.1, C.2, C.3 und C.5) verstanden wurde, kann versucht werden, die sprachlich enge Bindung an den Wortlaut der Definitionen, Sätze, Beweise und Verfahren zu lösen und eigene, der Alltagssprache nähere, Formulierungen hierfür zu finden. Die Umsetzung in eigene Sprache setzt ein grundlegendes Verständnis voraus. Gleichzeitig fördert der Umsetzungsprozess und die Diskussion über Genauigkeitsanforderungen für die mündliche Darstellung ein noch tieferes Verstehen.

Somit kann die Karte in der Beratung sowohl als ein Beitrag zum Erarbeiten und Verstehen von Mathematik begriffen werden, aber auch als Vorstufe zum flexiblen Problemlösen geeignet sein. Die vertiefte Diskussion über Formulierungen von Sachverhalten kann z. B. eine fehlersensible Haltung erzeugen (Karte D.5).

Im Beratungsgespräch kann es um zwei Punkte gehen:

Zunächst sollen mathematische Inhalte in eigene Worte gefasst werden. Die Übersetzung von Definitionen, Begriffen, Beweisen und Verfahren in gesprochene Sprache ist eine große Herausforderung. Das freie Sprechen zu üben hilft allerdings nicht nur dabei, die Dinge noch besser zu verstehen, sondern kann insbesondere in Vorbereitung auf eine mündliche Prüfung (vgl. Karte A.5) eine wertvolle Unterstützung sein.

Der Schwerpunkt kann aber auch darauf gelegt werden zu reflektieren, ob die Übersetzung den Anforderungen an Genauigkeit genügt. Auf den Karten C.1 und C.2 wurden bereits Beispiele, Spezialfälle oder Visualisierungen thematisiert, die genauso wie ein In-Sprache-fassen mathematischer Begriffe bzw. Zusammenhänge in der Regel mit Ungenauigkeit einhergehen.

**Handhabung**

Diese Karte eignet sich insbesondere zur Vorbereitung auf eine mündliche Prüfung und wenn es darum geht, abstrakte Ideen in Worte zu fassen. Es geht darum, mathematische Sachverhalte präzise zu erklären, ohne den Wortlaut eines Satzes zu übernehmen und übermäßig viel „Formel-Sprache“ zu nutzen.

Lassen Sie die oder den Studierenden die Karte in Ruhe lesen. Sie können das Gespräch z. B. folgendermaßen starten:

| | |
|---|---|
| B: | Es geht darum, mathematische Sachverhalte möglichst präzise mündlich wiederzugeben. Sie haben ja nun die Karte gelesen. An welche Inhalte erinnern Sie sich? Können Sie versuchen, diese so genau wie möglich wiederzugeben? |

Diese „Übung“ ist eine Sprachübung, die nicht trivial ist, auch wenn es gar nicht um Mathematik geht. In einer Metareflexion kann auf Basis der eigenen Formulierung diskutiert werden, wie präzise man sein sollte und – auf der anderen Seite – wo man sich bewusst vom Wortlaut trennen muss.

Es gibt verschiedene Wege, auf denen man Übersetzungen von z. B. Definitionen finden kann. Um diese Wege zu illustrieren, wird im Folgenden die auf Karte C.1 dargestellten Definition zum Vektorraum genutzt.

Zunächst kann man versuchen, **Beispiele oder Anwendungen** für die Definition oder das Verfahren zu finden. Eventuell liegt hier ein Schlüssel zum „Sinn“ einer abstrakten Idee?

B: Vielleicht können Sie versuchen, die Idee an einem Beispiel zu erklären? Das ist zwar ungenau, aber vielleicht finden sich darüber Worte, mit denen man das Phänomen beschreiben kann?

Im Fall der Vektorraum-Definition (Karte C.1) könnte man auf das Beispiel mit den Vektoren in Tupeldarstellung zurückgreifen, um die zugrundeliegenden Rechenverfahren zu klären. Eine sprachliche Übersetzung könnte sich im ersten Anlauf folgendermaßen anhören: „Wenn wir für einen Vektorraum ein dreidimensionales Modell annehmen, dann können wir die Elemente als Dreiertupel (schreibt: $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$)darstellen. Für diese Elemente müssen in einem Vektorraum bestimmte Rechenregeln gelten."

Es kann durchaus lohnenswert sein, alle aufgeführten Rechenregeln mit konkreten Tupeln bzw. Zahlenwerten einmal durchzuführen.

Im Folgenden kann es sinnvoll sein, dazu anzuregen **die eigene Formulierung zu kürzen**, d.h. das Beispiel wieder so zu verallgemeinern, dass der eigene Wortlaut beschreibt, was ein Verfahren bzw. eine Definition aussagt. Dies könnte z. B. im zweiten Anlauf so klingen: „Ein Vektorraum ist eine Struktur, die Regeln dafür aufstellt, wie Vektoren mit reellen Zahlen verknüpft werden."

Diese Beschreibung ist eventuell zu unpräzise, aber sie erklärt relativ anschaulich, was über den Vektorraum in der (langen) Definition ausgesagt wird.

Wenn es nur um die Übersetzung in eigene Sprache geht, dann ist es nicht unbedingt nötig, dass Sie einschätzen können, ob die Formulierung im Falle einer Prüfung präzise genug wäre. Zunächst gilt es, die oder den Lernende:n zu ermutigen, überhaupt eine eigene Formulierung zu finden.

Wenn Sie über Präzision diskutieren wollen, dann regen Sie zwischendurch immer wieder zur **Reflexion** an. Hören Sie aufmerksam zu und spiegeln Sie Ihrem Gegenüber auch, was sie oder er gesagt hat, damit die Person die eigenen Äußerungen selbst reflektieren kann.

B: Sie haben gerade gesagt: „Das Assoziativgesetz gilt zwischen Vektoren und Skalaren in beide Richtungen." Könnten Sie da noch genauer beschreiben, was Sie mit „beide Richtungen“ meinen?

Zuletzt besteht immer noch die Möglichkeit, ins **„Philosophieren“** zu kommen. Wenn „der“ Sinn eines Verfahrens oder einer Definition sich auch Ihnen nicht erschließt, dann staunen Sie über Zusammenhänge, feiern Sie Entdeckungen und bewundern Sie die Ästhetik.

Ist es nicht erstaunlich, wie ähnlich sich die Rechenregeln in der Vektorraum-Definition auf den ersten Blick sehen? Und warum hängt man die Definition an die Bedingung, dass $1 \cdot \vec{a} = \vec{a}$ ist? Müsste das nicht selbstverständlich sein?

Das gemeinsame, bewusste Sprechen über abstrakte Ideen in Mathematik kostet viel Zeit, ist allerdings ein Schlüssel für das Verständnis. Regen Sie bei den Lernenden in diesem Zusammenhang auch an, sich Gruppen zu suchen, in denen dies fortgesetzt werden kann (Karte A.6).

## 5.4 Kartenbereich D Probleme lösen und Aufgaben bearbeiten

### Karte D.1 Habe ich die Aufgabe verstanden und weiß ich, was ich tun soll?

*Abbildung: Karte D.1 Habe ich die Aufgabe verstanden*

**Hintergrund**

„Es ist töricht, eine Frage zu beantworten, die man nicht versteht." (Polya 2010, S. 9). So banal diese Empfehlung klingen mag, so wird sie doch oft von Studierenden nicht beherzigt. Mathematikaufgaben sind oft so komplex und gedrängt formuliert, dass man nicht erwarten kann, sie bereits beim ersten Lesen zu verstehen und zu wissen, was zu tun ist und worin die konkrete Aufgabenstellung überhaupt besteht. Dabei gibt es ein paar einfache und hilfreiche Strategien, die auch Mathematiker:innen nutzen, um sich systematisch ein erstes Verständnis ihrer Aufgabe zu erarbeiten. Karte D.1 bietet ein vierschrittiges Vorgehen an. Es wird erläutert an der Beispielaufgabe auf der Karte, dem Kosinussatz aus der Mittelstufenmathematik.

**1. Ich recherchiere die Bedeutung aller mir unbekannten Wörter, Begriffe und Symbole aus der Aufgabenstellung.** Bevor man überhaupt tiefer in eine Aufgabe einsteigen kann, muss man sie dem exakten Wortlaut nach begreifen. In der Mathematik heißt das, wirklich jeden Begriff und jedes noch so unscheinbare, hoch- oder tiefgestellte Zeichen der Aufgabe zu verstehen. Für die **Beispielaufgabe** würde das bedeuten, dass man etwa die genaue Bedeutung der Ausdrücke $\cos\alpha$, der hochgestellten 2 im Ausdruck $b^2$ oder der Begriffe *Winkel*, *Seiten*, *Dreieck*, *Seiten eines Dreiecks* und etwa auch solcher Wörter wie *eines* präzise erklären kann oder sie bei Bedarf noch einmal in der Vorlesungsmitschrift nachschlägt.

**2. Ich notiere die gegebenen und gesuchten Größen bzw. die Voraussetzungen und Behauptungen der Aufgabe.** Die Lösung einer Aufgabe besteht meistens darin, von gegebenen Größen

(Voraussetzungen, Annahmen) ausgehend, die gesuchten Größen (Behauptungen, Schlussfolgerungen) herzuleiten. Die gegebenen bzw. die gesuchten Größen sind wie Start- bzw. Zielpunkt einer Aufgabe: Ohne die Start- und Zielpunkte zu kennen, braucht man mit der Reise, d.h. mit der Bearbeitung der Aufgabe, gar nicht erst zu beginnen. Diese Hauptbestandteile hält man schriftlich fest. Das hilft, die eigentliche Aufgabe, ihr eigentliches Ziel im Blick zu behalten und sich nicht in komplexen Teilüberlegungen und Nebenrechnungen zu verlieren. Außerdem unterstützt es eine effiziente Suche nach anwendbarem Vorwissen (Karte D.2).

In der **Beispielaufgabe** erkennt man die Voraussetzung an der Formulierung „Es seien“. Die Voraussetzung lautet somit: *a, b und c sind die Seiten eines Dreiecks, $\alpha$ der der Seite a gegenüberliegende Winkel*. Die Behauptung erkennt man an der Formulierung „Dann gilt“. Die Behauptung lautet somit: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$.

**3. Ich suche nach Beispielen und Visualisierungen für die Aufgabe oder Teile davon.** Mathematiker:innen nutzen Beispiele und Visualisierungen (Zeichnungen, Skizzen, Figuren) nicht nur zum Verstehen von Begriffen und Definitionen (Karte C.1), sondern auch um sich mit einer Aufgabenstellung vertraut zu machen. Mit ihnen erarbeiten sie sich ein erstes Verständnis für relevante Aspekte und Zusammenhänge. Die Betrachtung von Beispielen hilft die Aufgabenstellung zu verinnerlichen und dadurch beweglicher in ihrer Bearbeitung zu werden. Die Konstruktion passender Beispiele ist darüber hinaus auch zentrale Strategie zur Bearbeitung schwieriger Aufgaben (Karte D.4). In der **Beispielaufgabe** könnte man ein Dreieck mit den Seiten $\alpha = 50°, b = 6\ cm$ und $c = 7\ cm$ zeichnen und die Höhe auf die Seite $c$ oder $b$ einzeichnen.

**4. Ich formuliere in eigenen Worten, was ich zu tun habe und wie ich weiter vorgehen werde.** Als Test für ein erstes Verständnis der Aufgabenstellung formulieren Mathematiker:innen eine Aufgabe ganz bewusst noch einmal in eigenen Worten und planen auch bereits erste Schritte für das weitere Vorgehen. Für die **Beispielaufgabe** könnte man etwa formulieren: “Ich soll zeigen, dass sich das Quadrat der Seitenlänge

$\alpha$ als Differenz aus der Summe der Quadrate der zwei anderen Seitenlängen und dem Doppelten des Produkts dieser Seitenlängen, multipliziert mit dem Cosinus des von ihnen eingeschlossenen Winkels ergibt. … Vielleicht kann ich durch Hilfslinien rechte Winkel erzeugen, so dass ich den Satz des Pythagoras anwenden könnte. Vielleicht könnte ich auch $\cos\alpha$ erst einmal in der Skizze einzeichnen. Möglicherweise kann ich dann verstehen, wieso dieser Term in der zu beweisenden Formel auftaucht."

**Handhabung**

Diese Karte können Sie einsetzen, wenn Studierende nicht wissen, wie sie überhaupt an eine Aufgabe herangehen sollen. Typische Äußerungen von Studierenden sind dann beispielsweise: „Ich verstehe noch nicht einmal die Aufgabe, …", „Ich starre einfach nur auf das leere Blatt…", „Ich weiß einfach nicht, wie ich an eine Aufgabenstellung konkret herangehen soll..." etc.

Legen Sie die Karte auf den Tisch:

| | |
|---|---|
| B: | Für Mathematik ist es typisch, dass man eine Aufgabe nicht beim ersten Lesen versteht, das geht den Profis unter den Mathematiker:innen nicht anders als den Anfänger:innen. Es gibt aber ein paar einfache Tricks, mit denen Sie sich ein erstes Verständnis erarbeiten können. Wenn Sie mögen, lesen Sie sich dazu einmal die Karte durch. |

Regen Sie nach dem Lesen einen Gedankenaustausch zu den Punkten auf der Karte an:

| | |
|---|---|
| B: | Was brauchen Sie, um das Gefühl zu haben: *Jetzt habe ich die Aufgabe verstanden!*? |
| B: | Welche der Vorschläge auf der Karte setzen Sie schon um, welche noch nicht? |

Schlagen Sie dem oder der Studierenden vor, die vier Schritte an einer selbst ausgewählten Aufgabe oder der Beispielaufgabe auf der Karte zu erproben.

Begleiten Sie die Bearbeitung der einzelnen Schritte. Nicht bei allen Aufgaben sind alle vier Schritte immer gleich wichtig und gleich aufwendig:

| | |
|---|---|
| B: | Ich möchte Ihnen vorschlagen, dass Sie diese vier Schritte einmal ganz präzise und vorschriftsmäßig durcharbeiten, auch wenn es natürlich sein kann, dass nicht alle Schritte bei Ihrer Aufgabe gleich wichtig sind. Dann bekommen Sie ein besseres Gefühl, wie Sie damit arbeiten könnten. Im Anschluss können Sie dann entscheiden, ob und wie Sie dieses Vorgehen für Ihre weitere Arbeit nutzen möchten. |

Eine gründliche Bearbeitung des **1. Schritts** erkennen Sie daran, dass Sie auf jedes beliebige Wort oder Zeichen zeigen können und von dem oder der Lernenden eine freie und flüssige Antwort erhalten:

| | |
|---|---|
| B: | Ich stelle mich jetzt einfach mal ganz unwissend: Was bedeutet dieses Zeichen hier und jenes Wort dort? Wo werden die im Skript erklärt? Können Sie mir seine Bedeutung nochmal in eigenen Worten und vielleicht an einem einfachen Beispiel erklären? |

Unsicherheiten bei den Erklärungen können ein Hinweis auf Verständnislücken sein. Eventuell macht dann ein Einschub aus dem Kartenbereich C *Verstehen und Erarbeiten* Sinn.

Der Übergang zum **2. Schritt** macht wirklich erst dann Sinn, wenn der 1. Schritt vollständig bearbeitet wurde.

| | |
|---|---|
| B: | Super! Jetzt haben Sie einen wichtigen ersten Schritt für die Bearbeitung Ihrer Aufgabe erfüllt. Lassen Sie uns zum nächsten Schritt übergehen. |

Achten Sie darauf, dass der oder die Lernende seine oder ihre Ergebnisse übersichtlich notiert.

B: Bestimmen Sie doch mal die Voraussetzungen und die Behauptungen der Aufgabe. Schreiben Sie es sorgfältig auf! Das hilft beim Verstehen und ist es eine wichtige Grundlage für die systematische Suche nach konkreten Lösungsideen.

Achten Sie bei diesem Schritt insbesondere auf eine vollständige Bearbeitung:

B: Wir sollten jetzt für jeden Teil der Aufgabenstellung klären, ob er zu den Voraussetzungen oder den Schlussfolgerungen gehört, bzw. warum er keiner der beiden Kategorien zugeordnet werden kann. Mögen Sie anfangen?

Prüfen Sie: Kann der oder die Lernende seine oder ihre Entscheidungen begründen. Wird dabei auf typische Signalwörter und Formulierungsbausteine verwiesen? Beispielsweise werden die gegebenen Größen durch Formulierungen wie „Es sei...“, „Wenn ...“, „Gegeben sei...“ angekündigt und die gesuchten Größen und zu beweisenden Behauptungen durch Formulierungen wie „Dann gilt...“, „Gesucht ist ...“ markiert. Thematisieren Sie spürbare Unsicherheiten bei dem oder der Studierenden:

B: Ich habe den Eindruck, dass Sie noch etwas unsicher sind. Was könnte Ihnen jetzt helfen, um noch sicherer zu werden?

Im **3. Schritt** ist es wichtig, dass der oder die Lernende begründen kann, weshalb das Beispiel bzw. die Visualisierung zur Aufgabe passt. Dazu können Sie folgende Fragen stellen:

B: Wieso passt das Beispiel zur Aufgabe?
B: Inwiefern teilt es deren Voraussetzungen?
B: Inwiefern erfüllt es deren Behauptungen?

Lassen Sie sich insbesondere bei Visualisierungen für ausgewählte Teile der Skizze oder der Aufgabe folgende Fragen beantworten:

B: (zeigt auf einen bestimmten Teil der Skizze) Wie hängt dieser Teil der Skizze mit der Aufgabenstellung zusammen?
B: (zeigt auf einen Aufgabenteil) Hier ist ein Teil der Aufgabe: Wo findet er sich in Ihrer Skizze wieder?

Im **4. Schritt** bieten sich begleitend und vertiefend folgende Fragen an:

B: Können Sie die Aufgabe auswendig aufschreiben, und zwar ohne auf das Aufgabenblatt zu schauen?

B: Können Sie die Aufgabe in eigenen Worten formulieren, ohne auf das Aufgabenblatt zu schauen?

B: Können Sie erklären, inwiefern beide Varianten, die ursprüngliche Aufgabenstellung und Ihre Formulierung der Aufgabenstellung gleichbedeutend sind?

Mit der Frage „Wie werde ich weiter vorgehen?“ sollen nur eine erste grobe Richtung für die weitere Arbeit und ein erster, möglicherweise noch ganz klein erscheinender, konkreter Schritt festgelegt werden. Zur Unterstützung für diesen Schritt können Sie Formulierungshilfen anbieten:

B: Jetzt haben wir lang an der Aufgabenstellung gearbeitet. Sind Ihnen dabei weitere Ideen gekommen, wie Sie an die Lösung der Aufgabe herangehen könnten?

Vertiefen Sie die Überlegungen des oder der Lernenden, durch konkretisierende Nachfragen:

B: Können Sie schon genauer erklären, weshalb Ihnen diese Schritte zielführend erscheinen?
B: Was wären erste, vielleicht noch ganz kleine, aber sehr konkrete Schritte, mit denen Sie dieses Ziel verfolgen würden?

Prüffrage: Kann der oder die Studierende die von ihr oder ihm vermuteten Zusammenhänge zwischen der allgemeinen Idee und den konkreten nächsten Aktionen erläutern und ihr oder sein weiteres Vorgehen plausibel machen?
Regen Sie den oder die Lernende zu einer stichwortartigen Dokumentation dieser Überlegungen an. Gerade bei komplexen und zeitaufwendigen Aufgaben ist es hilfreich einen Überblick über den gesamten Lösungsprozess zu bewahren und das eigentliche Aufgabenziel nicht aus den Augen zu verlieren.

Erfahrungsgemäß kommen während der Arbeit mit dieser Karte ~~im~~ in Beratungsgesprächen bereits erste Lösungsideen ins Spiel. Diese können dann durch die oder den Studierenden selbständig oder, wenn Sie sich als Lernberater:in fachlich sicher genug fühlen, auch in Ihrer Begleitung weiterverfolgt werden.

Schließlich gibt es noch die Option, dass sich in der Beratung selber keine weiterführenden Lösungsgedanken bei den Studierenden einstellen. Für Lernberater:innen mit wenig fachlichem Hintergrund könnte dieser Fall ein Anlass sein, ein Sprechstundengespräch (siehe Karte A.7) anzuregen und evtl. gemeinsam vorzubereiten. Denkbar wäre aber auch, in die Karte D.2 einzusteigen und nach passendem Vorwissen zu suchen.

Schließen Sie die Arbeit mit der Karte durch eine **Metareflexion** ab, bevor Sie eventuell in eine vertiefte und weiterführende Bearbeitung der Aufgabe einsteigen:

| | |
|---|---|
| B: | Ich würde gerne kurz einen Rückblick auf die Arbeit mit der Karte halten: Wie werden Sie künftig vorgehen, um sich ein erstes Verständnis für eine Aufgabe zu erarbeiten? Könnten dieses vierschrittige Vorgehen dabei hilfreich für Sie sein? |

Karte D.2 Vorwissen aktivieren - Nichts ist neu und alles ist schon einmal dagewesen!

*Abbildung D.2 Vorwissen aktivieren*

**Hintergrund**

Die meisten Aufgaben lassen sich durch geschickte Anwendung von bereits in der Vorlesung behandelten Inhalten lösen. Sind die Inhalte verstanden bzw. erarbeitet worden, dann ist das Vorwissen zum Lösen der Aufgaben eigentlich schon da. Daher auch das Motto der Karte: *Nichts ist neu und alles ist schon einmal dagewesen*. Viele Studierende nehmen allerdings Ihre eigene Mitschrift nur oberflächlich zur Kenntnis: Nicht selten überblättern sie aufgabenrelevante Themenbereiche und dringen nicht tief genug in die Begründungszusammenhänge ein. Dadurch wird das für die Aufgabenlösung relevante Vorwissen häufig gar nicht erst entdeckt. Genau hier setzt die Karte D.2 an. Sie will die Studierenden bei einer aktiven und systematischen Suche nach diesem lösungsrelevanten Vorwissen unterstützen. Auf der Karte haben wurde das Vorgehen nur für die Suche nach mathematischen Sätzen formuliert, es kann aber auch um weitere Aspekte (gelöste Aufgaben, Definitionen, Beweise, Lehrbücher etc.) erweitert werden. Im Folgenden werden die einzelnen Schritte, die auf der Karte vorgeschlagen werden, kurz vorgestellt:

**1. Notieren Sie die Voraussetzungen und Behauptungen der Aufgabe.**

**2. Suchen Sie im Skript nach mathematischen Sätzen mit ähnlichen (d.h. gleichen oder in Teilen gleichen, allgemeineren oder spezielleren) Voraussetzungen oder Behauptungen.**

Mathematische Sätze sind wie kleine Brücken, die von einem bestimmten Startpunkt (Voraussetzungen, gegebenen Größen, Annahmen, Bedingungen) aus zu einem bestimmten Ziel (Behauptung, gesuchte Größen, Unbekannte) führen. Durch die geschickte Auswahl und Kombination dieser Sätze kann man sich ausgehend vom Startpunkt einer Aufgabe langsam in Richtung ihres Ziels herantasten.

**3. Notieren Sie jeweils die Voraussetzungen und Behauptungen und nehmen Sie eine kurze gefühlsmäßige Einschätzung vor: Könnte**

**der Satz für die Lösung hilfreich sein? Wenn ja, wie? Wenn nein, warum nicht?**

Die Lösung schwieriger Aufgaben ergibt sich häufig erst aus der Zusammenschau aller unternommenen Lösungsversuche und Teilerfolge, einschließlich der Fehlschläge und Irrwege. Jedes recherchierte und auf Nützlichkeit überprüfte Resultat ist Bestandteil eines Lösungsversuchs. Sehr wichtig ist eine schriftliche Dokumentation dieser Suche (vgl. Mason, Burton & Stacey 2012), um z. B. den Überblick zu behalten oder bewusste (kreative) Pausen einlegen zu können.

**4. Halten Sie Rückschau: Welche Erkenntnisse haben Sie gewonnen? Gibt es schon eine, vielleicht noch ganz vage, Lösungsidee? Wie wollen Sie weiter vorgehen?**

Bei aller Suche im Detail gilt es, nicht den Blick für das Ganze, nämlich die zu lösende Aufgabe zu verlieren. Deshalb sollte die Recherche in regelmäßigen Abständen unterbrochen werden: Wurden zunächst zwei oder drei Sätze im Sinne von Schritt 3 einzeln untersucht, so kann nun nach möglichen Zusammenhängen zwischen ihnen und eventuell aufkommenden, möglicherweise noch ganz vagen Lösungsideen Ausschau gehalten werden. Dies geschieht nicht zuletzt, weil sich an solchen Ideen auch die weitere Suche nach passendem Vorwissen ausrichten kann.

### Handhabung

Diese Karte können Sie einsetzen, wenn Studierende über eine Aufgabe nach eigenem Bekunden schon länger nachgedacht haben, ohne aber aktuell konkrete Lösungsansätze zu sehen. Typische Formulierungen sind dann: „Ich habe die Aufgabe zwar verstanden, aber überhaupt keine Idee, was ich jetzt konkret tun könnte. Ich habe auch schon im Skript geguckt, aber da konnte ich auch keine Ansätze finden."

Eine Aufgabe trotz intensiver Bemühungen nicht lösen zu können, kann natürlich frustrierend sein. Für viele Studierende ist es auch demütigend, weil sie sich im Vergleich mit anderen Studierenden als leistungsschwächer wahrnehmen. Es kann auch ängstigend im Blick auf anstehende Klausuren sein. Gehen Sie deshalb empathisch auf die Stimmungen der Lernenden ein.

B: Das ist natürlich wirklich ärgerlich. Jetzt haben Sie schon so viel Zeit in die Aufgabe investiert und trotzdem scheint die Lösung noch nicht greifbar zu sein. Respekt, dass Sie noch am Ball geblieben sind und nicht aufgeben wollen.

Wenn Sie den Eindruck haben, dass die begleitenden Emotionen der Lernenden eine inhaltliche Auseinandersetzung mit den Strategien zunächst erschwert, dann bietet sich ein Einschub mit der Karte B.4 an. Ansonsten fahren Sie mit einer Anbahnung der Karte D.2 fort.

B: Ich kann Ihnen leider kein Patentrezept für schwierige Aufgaben anbieten. Aber, ich weiß aus vielen Gesprächen mit Mathe-Lehrenden, dass sie zu über 90% nur Aufgaben und Klausuraufgaben stellen, die sich mit dem Vorwissen aus der Vorlesung lösen lassen. So richtig schwierige Aufgaben, die irgendeinen genialen Trick erwarten, kommen in Ihren Veranstaltungen nur selten vor. Es kommt also darauf an, sich einen guten Überblick über dieses Wissen zu verschaffen. Wenn Sie mögen, lesen Sie sich dazu einmal diese Karte durch.

Erläutern Sie kurz den Sinn des beschriebenen Vorgehens. Regen Sie nach dem Lesen einen Gedankenaustausch dazu an:

B: Wie sind Sie bisher bei der Suche nach passendem Vorwissen vorgegangen?

B: Wie stehen Sie zu der These in der Überschrift der Karte *Nichts ist neu...?*

Erproben Sie das Vorgehen an einem von den Studierenden selbstgewählten Beispiel.

B: Wollen Sie dieses Vorgehen einmal an einer (der) konkreten Aufgabe aus Ihrer Vorlesung ausprobieren?

Lassen Sie sich vorher erklären, was alles schon für diese Aufgabe an Lösungsversuchen unternommen wurde. Prüfen Sie für sich: Wie souverän wirken die Erklärungen? Macht ggf. ein vorbereitender Einschub mit Karte D.1 Sinn?

Begleiten Sie die Lernenden bei der Bearbeitung der vier Schritte auf der Karte. Halten Sie sich grundsätzlich an die vorgegebene Reihenfolge. Kommentieren Sie auch begleitend die einzelnen Schritte. Beispielsweise:

B: Aja, also jetzt haben wir schon mal die Voraussetzungen und Behauptungen der Aufgabe rausgeschrieben. Damit haben wir ja sozusagen die Start- und Zielbedingungen der Aufgabe rausdestilliert.

Sollten bei der Erarbeitung der Voraussetzungen und Behauptungen der Aufgabe in **Schritt 1** oder auch der recherchierten Sätze aus dem Skript Schwierigkeiten auftreten, kann ein Einschub mit Karte C.1 sinnvoll sein.

Achten Sie im **Schritt 2** auf eine gründliche Recherche im Skript. Lassen Sie sich den Lernenden genau erklären, warum bestimmte Sätze im Skript ignorieren:

B: Mir ist aufgefallen, dass Sie diesen Satz hier gar nicht so genau unter die Lupe genommen haben wie die anderen. Was hat Sie dazu bewogen?

Prüfen Sie: Kann plausibel gemacht werden, dass bestehende Ähnlichkeiten in den Formulierungen lösungsförderlich sein können? Können die Lernenden plausibel erklären, dass bestimmte Ähnlichkeiten gar nicht lösungsförderlich sein können und sie deshalb einen bestimmten Satz nicht weiter in Betracht ziehen und ignorieren?

Finden die Studierenden keine passenden mathematischen Sätze, regen Sie eine vertiefte Suche an:

B: Würden Sie noch in anderen Kapiteln Ihrer Mitschrift nach Anregungen suchen?

B: Würden Sie vielleicht auch Beispiele, Definitionen, einzelne Beweise und Musteraufgaben nach Hinweisen durchsuchen?

B: Könnten auch andere Teilaspekte der Aufgabe (Terme, Formeln, Teilaussagen) in die Suche nach ähnlich formulierten Sätzen einbezogen werden?

Haben die Studierenden einen Satz zur genaueren Einschätzung ausgewählt, so können Sie im **3. Schritt** beispielsweise fragen:

B: Was wollen Sie zu diesem Satz notieren?

B: Worin sehen Sie seine wichtigsten Informationen?

B: Wie könnten Sie diese prägnant festhalten?

Bei der gefühlsmäßigen Einschätzung der Nützlichkeit eines Satzes geht es im Kern darum, zu klären, wie man den jeweiligen Satz für die Aufgabenbearbeitung nutzen könnte, ohne jedoch diese Überlegungen schon ganz genau und detailliert auszuführen. Unterstützen Sie diesen eher spekulativen Prozess durch vertiefende und präzisierende Fragen:

B: Wie könnten Sie genau überprüfen, ob der Satz tatsächlich auf die Aufgabe anwendbar ist?

B: Welche weiteren Ergebnisse und Schlussfolgerungen könnten Sie daraus in einem nächsten und übernächsten Schritt ableiten?

B: Inwiefern würden Sie diese Überlegungen der Lösung näherbringen?

Dort, wo den Lernenden dabei noch die Worte fehlen oder sie in ein "Na ja, irgendwie so..." abrutschen, kann das ein Hinweis auf bestehende Lücken im Verständnis sein. Nicht selten sind es genau diese Lücken, deren eingehende Untersuchung hilfreiche Lösungsideen zutage fördern. Deshalb sollte Sie die Lernenden unbedingt auffordern, diese Lücke als Notiz festzuhalten.

Wenn die Analyse eines Satzes eher zu einer negativen Einschätzung seiner Relevanz für die Lösung führt, bieten sich etwa folgende Fragen an:

B: Was bräuchten Sie über das Gegebene hinaus, um diesen Lehrsatz doch noch anwenden zu können?

B: Welche weiteren Voraussetzungen müssten noch erfüllt sein, um diesen Lehrsatz doch noch anwenden zu können?

B: Woraus schließen Sie, dass diese Voraussetzungen letztlich doch nicht aus der Aufgabenstellung hergeleitet werden können?

Diese vertiefenden Reflexionsangebote sollen verhindern, dass sich die Lernenden bei der Lösungssuche allzu voreilig auf einen speziellen Satz konzentrieren oder ihn von der weiteren Untersuchung ausschließen, und dadurch möglicherweise zielführende~~re~~ Sätze aus dem Blick verlieren.

Achten Sie darauf, dass die Recherche übersichtlich, zum Beispiel in Form einer Tabelle oder Liste, dokumentiert wird. Stichworte und mathematische Kurzschreibweise sind in der Regel ausreichend.

Haben die Studierenden zwei oder drei Sätze im Sinne von 2. und 3. analysiert, so laden Sie sie in einem **4. Schritt** zu einem Rückblick ein:

| | |
|---|---|
| B: | Lassen Sie uns einen kurzen Zwischenstopp machen und den 4. Schritt anschauen. |
| B: | Was sind Ihre bisherigen Erkenntnisse? |
| B: | Sind Sie Ihrer Lösung schon ein Stück nähergekommen? |
| B: | Was bräuchte es noch, um einen Fortschritt zu erzielen? |
| B: | Welche Konsequenzen haben Ihre Überlegungen für die weitere Suche? |
| B: | Was könnte ein nächster konkreter Schritt für Sie sein? |

Nicht selten kommen während der Arbeit mit dieser Karte bereits erste Lösungsideen ins Spiel. Das sind natürlich schöne Momente, die Sie gemeinsam „feiern“ können. Lassen Sie sich die Ideen der Lernenden erklären:

| | |
|---|---|
| B: | Oh schön, jetzt ist eine neue Idee aufgekommen! Herrlich. Mögen Sie sie mir mal etwas genauer umreißen? |

Klären Sie gemeinsam, ob die Studierenden einzelne Ideen sofort und ein gewisses Stück weiterverfolgen möchten. Diese können dann durch die Studierenden selbständig oder, wenn Sie sich fachlich sicher genug fühlen, auch in Ihrer Begleitung weiterverfolgt werden. Nicht selten können solche Lösungsideen zu einer Fokussierung der weiteren Suche führen. Beispiel: Man sucht nicht mehr nach allgemeinen Sätzen über Winkel im Dreieck, sondern gezielt nach Sätzen, in denen Aussagen über alle drei Winkel eines Dreiecks zugleich getroffen werden. Regen Sie in jedem Fall Ihre Studierenden an, auch diese, die Suche begleitenden Gedanken stichwortartig zu dokumentieren. Das hilft, den Überblick über den gesamten Lösungsprozess zu wahren und die Zeit effizienter zu nutzen.

Sollten sich (was selten der Fall ist) keine weiterführenden Lösungsgedanken einstellen, so könnte das für Lernberater:innen mit wenig fachlichem Hintergrund ein Anlass für die Vorbereitung eines Sprechstundengesprächs (Karte A.6) sein. Alternativ könnten Sie den Lernenden anbieten, mit Karte D.4 weiterzuarbeiten. Karte D.4 stellt anspruchsvollere Strategien zur Arbeit mit schwierigen Aufgaben vor.

In jedem Fall sollten Sie aber die Arbeit an der Karte durch eine Metareflexion abschließen:

B: Wie werden Sie zukünftig bei der Aktivierung Ihres Vorwissens vorgehen? Wie werden Sie künftig Ihre Gedankengänge dokumentieren?

Karte D.3 Mathematische Regeln anwenden und auf Passung prüfen
*Abbildung: Karte D.3 Mathematische Regeln anwenden*

**Hintergrund**

Um zu zeigen, dass eine bestimmte mathematische Regel (ein mathematischer Satz, eine Definition, ein Algorithmus, ein Rechenverfahren etc.) auf eine konkrete Aufgabe passt bzw. anwendbar ist, müssen die Voraussetzungen von mitunter sehr komplexen Sätzen und Aufgabenstellungen detailliert analysiert und schrittweise verglichen werden. Das erfordert ein für viele Studierende großes Maß an Konzentration und Systematik. Karte D.3 schlägt (nach Anregungen von Polya (2010) und Grudzinski & Schnabel (2012)) ein Verfahren vor, wie Studierende diese Prüfung mit Hilfe einer Tabelle systematisch und übersichtlich durchführen können.

**Beispiel:** Das Beispiel auf der Karte zeigt die praktische Umsetzung dieses Schemas für ein Thema aus der Anfängervorlesung *Analysis 2*. Die Aufgabe enthält den Hinweis auf einen Satz 4.32 aus der Vorlesung, was die Analyse der Aufgabenstellung deutlich vereinfacht. Zunächst wurde der Satz 4.32 aus dem Skript abgeschrieben. Dann wurden in der linken Seite der Tabelle alle Größen (die ersten drei Einträge) und Bedingungen (der vierte und fünfte Eintrag) aus der Voraussetzung eingefügt. Die Behauptung (hier eine Äquivalenz, wie sie am Doppelpfeil erkennbar ist) wurde in den nachfolgenden Zeilen untereinander, statt wie üblich nebeneinander geschrieben. Die 9. Und 10. Zeile ist die Übersetzung der Bedingung, dass $Pdx + Qdy$ das vollständige Differential einer Funktion $\varphi$ sein soll. Diese Umformulierung löst den technischen Ausdruck *Vollständiges Differential* in eine Bedingung auf, die rechnerisch konkret überprüft werden kann. Dieser Schritt ist ein typisches Beispiel dafür, wie hilfreich die gezielte Anpassung bzw. Umformulierung verschiedener Schreibweisen, Begriffe, Gleichungen etc. für die Anwendung mathematischer Sätze sein kann.

In die rechte Seite der Tabelle sind nun die entsprechenden Teile der Aufgabe zugeordnet worden. Die Haken im Bild markieren, dass einzelne Teile der Voraussetzung für die Aufgabe konkret verifiziert wurden. Die $x$- und $y$-Einträge in den oberen Zeilen der Tabelle hatten für die Studierende die Funktion einer Gedächtnisstütze. Mathematisch-kritisch könnte man anmerken, dass der Ausdruck $Pdx + Qdy$ erst durch die

Ergänzung *ist vollständiges Differential einer Funktion* $\varphi$ überhaupt ~~erst~~ zu einer Aussage wird.

### Handhabung

Die Karte D.3 können Sie in der Lernberatung einsetzen, wenn Studierende zwar vermuten, dass ein bestimmter mathematischer Satz, eine Definition, ein Rechenverfahren oder Algorithmus auf ihre konkrete Aufgabe anwendbar ist, sie aber unsicher sind, wie sie das formal korrekt überprüfen könnten. Zwei typische Fragen von Studierenden lauten dann: „Passt diese allgemeine Regel auf meine besondere Aufgabe und wie kann ich das eigentlich genau überprüfen?“ oder „Welche Regeln (Sätze, Definitionen) passen zur Lösung meiner Aufgabe und wie kann ich die richtigen Regeln finden?“.

Führen Sie die Karte ein:

B: Zu prüfen, ob eine Regel auf eine Aufgabe passt, kann manchmal ganz schön herausfordernd sein. Der Teufel steckt da im Detail. Es gibt aber ein Schema, mit dem Sie sehr strukturiert und mit Hilfe einer Tabelle prüfen können, ob eine allgemeine Regel wirklich zu ihrer Aufgabe passt. Wenn Sie mögen, lesen Sie sich dazu einmal die Karte durch.

Erfahrungsgemäß ist die Idee der Tabelle leicht eingängig und wenig erklärungsbedürftig. Leistungsstärkere Studierende wenden Teile des Schemas mehr oder weniger bewusst bereits an.

Regen Sie einen Gedankenaustausch an:

B: Wie sind Sie bisher vorgegangen, um zu prüfen, ob ein Satz auf Ihre Aufgabe passt?

B: Gibt es Unterschiede und Gemeinsamkeiten zwischen Ihrem Vorgehen und dem Ansatz auf der Karte?

B: Haben Sie Interesse, das Beispiel auf der Karte genauer zu betrachten und zu schauen, wie das Schema in diesem Fall umgesetzt wurde? Lassen Sie sich nicht davon irritieren, wenn Sie den Inhalt nicht ganz verstehen. Auf die Form kommt es an.

Schlagen Sie vor, die Arbeit mit der Tabelle an einer konkreten Aufgabenstellung, bei der der anzuwendende Satz bereits bekannt ist, zu erproben:

B: Wollen Sie das Schema einmal an einer vielleicht schon gelösten Aufgabe erproben, bei der Sie schon wissen, welchen Satz Sie anwenden müssen?

Machen Sie deutlich, dass die äußere Form dieses Schemas große individuelle Spielräume zulässt, die in der Bearbeitung einer konkreten Aufgabe entdeckt werden können. Weisen Sie darauf hin, dass das Schema für mathematische Regeln allgemein formuliert ist, so dass es insbesondere auch auf Definitionen, Sätze, Rechenverfahren, Algorithmen etc. übertragbar ist.

Im Folgenden wird dargestellt, wie Sie anhand einer bereits gelösten Beispielaufgabe die Erarbeitung einer Tabelle begleiten können:

B: Sie könnten mir kurz und in einfachen Worten erklären, worum es in der Aufgabe geht und welcher Satz hier angewendet werden soll.

Mit dieser Frage können Sie zugleich prüfen, ob der oder die Studierende schon ein erstes Verständnis für die Aufgabe hat (Karte D.1).

B: Okay, dann starten wir. Schreiben Sie als **1. Schritt** doch mal den anzuwendenden Satz raus.

Für eine erfolgreiche Bearbeitung des **2. und 3. Schritts** müssen die Lernenden wissen, wie man die Voraussetzungen und Behauptungen mathematischer Regeln und Aufgaben analysiert. Bei bestehenden Unklarheiten können Sie einen Einschub mit Karte C.2 *Gesetze & Sätze – Bilder & Spezialfälle* anbieten. Eine sorgfältige Bearbeitung dieser Schritte erkennen Sie daran, dass die Lernenden für jeden Ausdruck aus der Aufgabe oder der anzuwendenden Regel erklären kann, wo dieser in der Tabelle sinnvoll unterzubringen ist. Mögliche Prüffragen sind hier:

B: (zeigt auf ein Symbol aus der allgemeinen Regel) Wo findet sich dieses Symbol hier aus der Regel in der Tabelle wieder?

B: (zeigt auf eine Formulierung aus der Aufgabe) Wieso taucht diese Formulierung aus dem Aufgabentext nicht mehr in der Tabelle auf?

B: (zeigt auf zwei Einträge aus der gleichen Zeile der Tabelle) Inwiefern passt dieses Objekt aus der Aufgabenstellung (der rechten Seite der Tabelle) genau zu diesem Objekt (auf der linken Seite der Tabelle)?

Im **4. Schritt** müssen die Voraussetzungen der Regel für die Aufgabe (das Abhaken im Beispiel) verifiziert werden. Dazu müssen manchmal einzelne Teile der Regel (Aussagen, Formeln) umgeformt werden. Unterstützen Sie diesen Prozess durch folgende Fragen:

B: Macht es vielleicht Sinn die verschiedenen Schreibweisen in Aufgabe und Regel anzupassen?

B: Vielleicht müssen Sie diese Gleichung erst umformen, um den Satz anwenden zu können?

Regen Sie die Lernenden zu einer sorgfältigen Überprüfung Ihrer Ergebnisse an:

B: Können Sie Ihre Überlegungen auch mit dem Skript begründen, d.h. beispielsweise auf eine Definition zurückführen?

B: Wie könnten Sie überprüfen, ob Ihre Umformungen richtig sind?

Häufig treten während der Arbeit mit dem Schema Wissens- und Verständnislücken zutage. Sind die Lücken übergroß, so dass die Weiterarbeit am Schema keinen Sinn macht, könnte eventuell ein Einschub aus dem Kartenbereich *Erarbeiten und Verstehen* Sinn machen und die Vervollständigung der Tabelle als Hausaufgabe ausgearbeitet werden.

Schließen Sie das Gespräch mit einer Metareflexion ab:

B: Können Sie sich vorstellen, eine solche Tabelle zukünftig selbst einzusetzen?

B: In welchen Fällen würden Sie mit diesem Schema arbeiten?

B: Können Sie weitere Aufgaben nennen, bei deren Bearbeitung Ihnen dieses Schema geholfen hätte?

Karte D.4 Lösungsideen entwickeln – nach verwandten Aufgaben suchen
*Abbildung: Karte D.4 Lösungsideen entwickeln*

**Hintergrund**

Die Karte D.4 vertieft die Inhalte der Karte D.2. Sie stellt drei anspruchsvollere Strategien für eine vertiefte Suche nach passendem Vorwissen vor. Es handelt sich um die Strategien *Definitionen anwenden*, *Experimentieren mit Formeln* und *Beispiele finden und Visualisieren*. Selbstverständlich gibt es noch viel mehr solcher Strategien. Eine umfangreichere Liste mit Strategien für die Hochschulmathematik findet sich beispielsweise in (Schoenfeld 1985). Wir beschränken uns hier auf drei für ein Hochschulstudium Mathematik oft hilfreiche Strategien (Kap. 3.4).

Viele Studierende nutzen diese Strategien bereits mehr oder weniger bewusst, allerdings oft nicht zielstrebig und sorgfältig genug. Die Grundidee besteht darin, eine Aufgabenstellung umzuformulieren oder für einen Spezialfall zu formulieren und dadurch neue Anknüpfungspunkte bzw. einen neuen Standpunkt für die vertiefte Suche nach geeignetem Vorwissen zu finden.

***Definitionen anwenden*****:** Die systematische und ggf. wiederholte Anwendung von Definitionen hilft nicht nur, eine Aufgabe in ihrem Wortlaut zu verstehen. Sie kann auch, darauf haben auch schon die Mathematiker Hadamard und Pascal (Polya 2010, S. 90) hingewiesen, das Auffinden von Beweisen oder Rechenwegen unterstützen: Durch die Nutzung von mathematischen Synonymen, die in Definitionen zu finden sind, können Begriffe, die kompliziert erscheinen, auf bereits definierte Begriffe und letztlich auf besonders einfache Ausdrücke zurückgeführt werden – und damit auf die für einen bestimmten Gegenstandsbereich (Zahlen, Vektoren, Funktionen etc.) grundlegenden Zusammenhänge. Dadurch treten die für die Gegenstände und Begriffe der Aufgabenstellung charakteristischen und grundlegenden Eigenschaften, ~~und~~ Zusammenhänge und relevanten Beziehungen zutage, was für das Auffinden eines Beweises oder eines Rechenwegs zentral ist.

Beispiel: Bei der Aufgabe

*Zeigen Sie: Jeder endliche Integritätsbereich ist ein Körper.*

kann die Strategie folgendermaßen angewendet werden:

1. Zunächst konzentriert man sich vielleicht auf den Begriff *Integritätsbereich*. Alternativ hätte man auch mit dem Begriff Körper starten können. Wahrscheinlich aber entscheidet man sich für den ersten Begriff, gerade weil er noch nicht so vertraut ist. Beim Nachschlagen im Skript stößt man auf die

> Definition 8.12 (iii): *Ein Nullteiler-freier KE-Ring heißt Integritätsbereich.*

2. Sie anzuwenden bedeutet also, den Begriff *Integritätsbereich* durch *Nullteiler-freie KE-Ring* zu ersetzen. Damit formuliert man die Aufgabe um zu:

> *Zeigen Sie: Jeder endliche Nullteiler-freie KE-Ring ist ein Körper.*

3. Die neu entstandene Aufgabenstellung ist bereits ein vollständiger und grammatikalisch korrekt formulierter Satz. Deshalb entfällt die Überarbeitung in diesem Fall.

4. Die Aufgabenstellung ist nur geringfügig länger geworden. Sie enthält aber immer noch einige technisch anspruchsvolle Begriffe.

5. Im Blick auf die neue Aufgabenstellung entscheidet man sich jetzt, das Verfahren für den Begriff~~e~~ *Nullteiler-frei* zu wiederholen. Beim Nachschlagen im Skript stößt man jetzt auf die

> Definition 8.12 (ii): *Ein Ring, in dem es keine Nullteiler gibt, heißt Nullteiler-frei.*

Wir wenden sie an und formulieren die Aufgabe um zu:

> *Zeigen Sie: Jeder endliche KE-Ring, in dem es keine Nullteiler gibt, ist ein Körper.*

Für den Begriff *Körper* finden wir die

> Definition 8.26: *Ein KE-Ring, in dem jedes von 0 verschiedene Element invertierbar ist, heißt Köper.*

Als umformulierte Aufgabe ergibt sich nun:

> *Zeigen Sie: Jeder endliche KE-Ring, in dem es keine Nullteiler gibt, ist ein KE-Ring, in dem jedes von 0 verschiedene Element invertierbar ist.*

Wir brechen die weitere Analyse hier ab. Das Wort KE-Ring taucht sowohl in der Voraussetzung als auch in der Behauptung auf (*Jeder KE-Ringe, ..., ist ein KE-Ring, in ...*). Dies ist ein Indiz, dafür, dass die Lösung schon recht nah ist. Die konsequente Umsetzung dieser Strategie führt in der Tat zur Lösung.

**Mit Formeln experimentieren:** Hier geht es darum mit Formeln zu spielen und zu experimentieren: Tun, was man tun kann, ohne doch schon einen festen Lösungsweg vor Augen zu haben. Dazu fragt man sich zunächst, was man denn überhaupt tun kann. Im Falle einer Formel führt man also erst einmal irgendwelche Umformungen durch, ohne ihren unmittelbaren Nutzen für die Lösung sofort zu bewerten. Erfahrungsgemäß eröffnen solche Experimente, so sinnlos sie im ersten Moment auch erscheinen mögen, weitere Vorgehensweisen, mit denen man vorher nicht gerechnet hat. Diese Strategie lässt sich selbstverständlich auch auf Aussagen und ihre logische Umformung übertragen.

Beispiel: Bei der Aufgabe:

> *Finden Sie alle natürlichen Zahlen $a \in \mathbb{N}$, für die der Term $a^4 + 4$ eine Primzahl ist, d.h. eine Zahl ist, die nur durch 1 und sich selbst teilbar ist.*

kann diese Strategie folgendermaßen angewendet werden:

1. Mangels Alternativen muss man sich auf den Term $a^4 + 4$ konzentrieren.

2. Man könnte verschiedene Umformungen vornehmen. Beispielsweise könnte man den Term als reelle Funktion $f(x) := x^4 + 4$ deuten und ihn an der Stelle $x = a$ ableiten mit dem Ergebnis $f'(a) = 4a^3$. Man könnte sie auch nach $a$ bzw. $h$ integrieren und den Term $\frac{1}{5}a^5 + 4a$ bzw. $a^4h + 4h$ erzeugen u.v.m.

Diese neuen Formeln wird man, so originell sie auch erscheinen mögen, zunächst wohl nicht näher verfolgen: Sie lassen (zunächst?) keinen Zusammenhang zu Teilbarkeitseigenschaften natürlicher Zahlen erkennen.

3. Wenn man aber vielleicht in einem Skript zur elementaren Zahlentheorie blättert, könnte man auf Teilbarkeitsregeln und die besondere Bedeutung quadratischer Zahlen dabei stoßen. Man könnte

dann auf den Gedanken kommen, den Term $a^4 + 4$ als Summe zweier Quadrate $(a^2)^2 + \ 2^2$ zu lesen. Diese Perspektive lässt den Term dann zwar nicht als baugleich aber doch als bauähnlich zu den Binomischen Formeln ($a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$, $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)(a - b)$, $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)(a + b)$) erscheinen.

Die Analyse entsprechender Beispiele, Lehrsätze und ihrer Beweise im Skript zeigt, dass diese Formeln und die mit ihnen gegebenen Faktorisierungsregeln schon häufiger verwendet wurden, um spezielle Teilbarkeitseigenschaften nachzuweisen. Oft spielten dabei auch quadratische Ergänzungen eine wichtige Rolle. Sie sind ein Werkzeug, mit dem sich Terme einer bestimmten Bauform, man könnte sie „fast-quadratische" Terme nennen, zu quadratischen Termen umformen lassen. In der Tat ist dieser Ansatz zielführend. Es gilt nämlich: $a^4 + 4 = (a^2)^2 + \ 2^2 + 4\,a^2 - 4a^2 = (\,a^2 + \ 2 + 4\,a)(\,a^2 + \ 2 - 4\,a)$, woraus sich ergibt, dass der Term $a^4 + 4$ nur im Fall $a = 1$ eine Primzahl ist.

***Beispiele finden und Visualisieren*:** Beispiele und Visualisierungen (gerade auch nicht geometrischer Aufgaben) unterstützen nicht nur das Verstehen einer Aufgabe (Karte D.1), sondern auch ihre Lösung. Die Herausforderung für die Studierenden besteht darin, überhaupt situativ angemessene Beispiele zu konstruieren und diese dann strategisch, d.h. mit dem Ziel der Lösungsfindung zu bündeln. Auf der Karte haben wir das Vorgehen schwerpunktmäßig für Visualisierungen formuliert. Für die Arbeit mit (noch) nicht visualisierten Beispielen lässt es sich in naheliegender Weise anpassen.

Beispiel: Wir wenden die Strategie auf eine Aufgabe von Polya (2010, S. 107ff.) an:

> *Beweisen oder widerlegen Sie: In einem Dreieck sei $r$ der Radius des Inkreises, $R$ der Radius des Umkreises und $H$ die größte Höhe. Dann ist*
>
> $$r + R \leq H.$$

*Hinweis: Der Inkreis ist ein Kreis, der alle Dreiecksseiten von innen berührt. Sein Mittelpunkt ist der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden des Dreiecks. Der Umkreis ist ein Kreis, auf dem die Eckpunkte des Dreiecks liegen. Sein Mittelpunkt ist der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten auf den Dreiecksseiten.*

Die Strategie *Vorwissen aktivieren* (Karte D.2) dürfte bei dieser Aufgabe nicht fruchten: In der Elementargeometrie wird man kaum einen Satz mit einer ähnlichen Schlussfolgerung finden. Deswegen könnte es Sinn machen, die Behauptung an einigen Beispielen zu prüfen, in der Hoffnung, daraus eine Idee für Ihren Beweis (oder ihre Widerlegung) zu gewinnen.

1. Als erstes Beispiel betrachtet man ein gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge $a = 6cm$, d.h. ein Dreieck mit drei gleich langen Seiten $a = b = c = 6\ cm$. Die Aufgabe lautet in diesem Fall:

> *Beweisen oder widerlegen Sie: In einem gleichseitigen Dreieck mit der Seitenlänge $a = 6\ cm$ sei $r$ der Radius des Inkreises, $R$ der Radius des Umkreises und $H$ die größte Höhe. Dann ist: $r + R \leq H$.*

2. Jetzt zeichnet man – das kann aus Platzgründen hier nicht vorgeführt werden - ein Dreieck mit der Seitenlänge $a = 6\ cm$ und bestimmt die Mittelpunkte von In- und Umkreis. Diese Punkte sind identisch. Durch Probieren und genaues Messen der entsprechenden Größen stellt man fest, dass in diesem Fall alle Höhen gleich lang sind mit $r = \frac{H}{3}$ und $R = \frac{2H}{3}$ ist, was die Behauptung bestätigen würde.

3. Auch der nächste Schritt kann hier aus Platzgründen nicht konkret vorgeführt werden. Wir laden den Leser aber dazu ein, die Überlegungen in einem kleinen Gedankenexperiment nachzuvollziehen. Man variiert die Zeichnung aus 2., indem man eine Ecke des gleichseitigen Dreiecks senkrecht hoch- bzw. runterzieht, während die beiden anderen Ecken unverändert bleiben.

4. Ziehen wir die Spitze höher und höher, so lässt sich beobachten, dass der Dreiecksinnenwinkel dort immer kleiner und näherungsweise 0° wird, während die beiden an der konstanten Seite mit $a = 6\ cm$ anliegenden Seiten fast parallel sind. In diesem Fall wird sich praktisch $r = \frac{H}{2}$ und $R = \frac{H}{2}$ ergeben, was die behauptete Ungleichung bestätigt. Im zweiten Fall ziehen wir die Spitze herunter, bis ihr Winkel praktisch 180° beträgt. Dann wird $r$ allerdings zunehmend klein und praktisch erhält sogar $r = 0\ cm$. In diesem Extrem würde außerdem $R = 3\ cm$ sowie $H = 0\ cm$ gelten. Die Behauptung stimmt in diesem zweiten Fall nicht. Damit ist bewiesen, dass der Satz für unser konkretes Beispiel und damit auch im Allgemeinen falsch ist.

**Handhabung**

Diese Karte kann als vertiefendes Angebot eingesetzt werden. Sie bietet Studierenden, mit denen sie besonders hartnäckige und für sie schwierige Aufgaben anpacken können. Typische Äußerungen von Studierenden sind hier: „Ich würde gerne mehr Strategien kennenlernen, mit denen ich wirklich schwierige Aufgaben anpacken kann." „Jetzt habe ich schon so lange über die Aufgabe nachgedacht. Mir fallen einfach keine neuen Lösungsideen mehr ein."

Wenn sich der oder die Studierende für diese Karte entschieden hat, dann sind Sie in der Prozessbegleitung noch ein Stückchen weiter gefordert. Sie müssen im Folgenden erfragen, *welche* Strategie an *welcher* konkreten Übungsaufgabe erarbeitet werden soll. Aber Stück für Stück.

Bieten Sie der oder dem Studierenden die Karte an.

B: Natürlich würde ich Ihnen gerne ein Universalrezept für das Lösen mathematischer Aufgabe geben. Aber so ein Rezept gibt es nicht und kann es wahrscheinlich auch gar nicht geben. Allerdings gibt es durchaus ein paar Strategien, die Mathematiker:innen typischerweise einsetzen, um besonders schwierige Probleme zu lösen – natürlich ohne Erfolgsgarantie. Wenn Sie mögen, lesen Sie sich dazu einmal die Karte durch.

Gehen Sie mit der oder dem Studierenden die Karte durch und regen Sie einen Gedankenaustausch dazu an:

B: Welche der Strategien verwenden Sie schon, welche noch nicht?

B: Wie wenden Sie die Strategie an? Wo sehen Sie Unterschiede und Gemeinsamkeiten zwischen den hier jeweils vorgeschlagenen Vorgehensweisen und Ihren Ansätzen?

Regen Sie die praktische Erprobung einer dieser Strategien an einer konkreten Aufgabe aus den Übungsaufgaben der oder des Studierenden an. Es darf sich durchaus auch um eine bereits gelöste Aufgabe handeln. In diesem Fall können Sie sich auf die Erprobung der Strategie konzentrieren. Der im Fall einer noch nicht gelösten Aufgabe vielleicht spürbar werdende Lösungsdruck „Ich will aber auch eine Lösung für meine Aufgabe haben!“ ist dann geringer. In der Regel wird der oder die Studierende eine noch nicht gelöste Aufgabe vorlegen.

Lassen Sie sich in die Aufgabe einführen:

B: Erklären Sie mir zuerst bitte kurz und in einfachen Worten, worum es in der Aufgabe geht und was Sie schon alles unternommen haben, um sie zu lösen.

Mit dieser Frage können Sie zugleich prüfen, ob der oder die Studierende schon ein erstes Verständnis für die Aufgabe hat (siehe Karte D.1) und wie systematisch schon mit der Strategie *Vorwissen aktivieren* auf Karte D.2 gearbeitet wurde.

Eine gründliche Auseinandersetzung mit der Aufgabe erkennen Sie daran, wie frei und in eigenen Worten Ihnen die Aufgabe nahegebracht kann und wie detailliert über bisherige Lösungsversuche berichtet werden kann. Sollte es sich allerdings herausstellen, dass bestimmte Begriffe nicht geklärt sind oder dass das Skript nicht sorgfältig nach geeignetem Vorwissen durchsucht wurde, ist es erfahrungsgemäß sinnvoller, die Bearbeitung der Karten D.1 und D.2 vorzuschalten: Mit dieser Beschäftigung bereiten Sie auch eine bewusste Entscheidung vor, welche der Strategien auf der Karte D.4 für die vorliegende Aufgabe erfolgversprechend sein könnte.

Lassen Sie sich von dem oder der Lernenden erklären, welche Strategie erprobt werden soll und warum gerade an dieser Aufgabe:

B: Gibt es eine Strategie, die Sie gerne praktisch erproben würden?

B: Können Sie mir auch schon erklären, wieso Sie gerade diese Strategie an dieser Aufgabe erproben wollen?

**Handhabung der Strategie *Definitionen anwenden*.** Bei der Arbeit mit dieser Strategie sollten Sie als Lernberater:in unbedingt darauf achten, dass der oder die Lernende die Definition in ihrem Wortlaut und ihren Formeln an die Notation der Aufgabe angepasst:

B: Zeigen Sie mir noch einmal, dass Sie wirklich alle Zeichen und Formeln aus der Definition in den Kontext der Aufgabe übersetzt haben.

B: Haben Sie jetzt wirklich alle Bestandteile der Definition vollständig in den Kontext der Aufgabe übersetzt?

Die Anwendung der Definition kann ggf. auch durch die Ausarbeitung der Tabelle auf Karte D.3 unterstützt werden.

Schließlich muss das Ergebnis in die Aufgabenstellung so integriert werden, dass ein vollständiger, grammatikalisch korrekter Satz entsteht, der die Aufgabe richtig wiedergibt. Grundsätzlich gilt die Maxime: Auch mathematische Texte sind Texte, die den Regeln der deutschen Sprache unterliegen. Hierbei auftretende Schwierigkeiten können ein Indiz dafür sein, dass die logische Struktur der Aufgabe noch nicht hinreichend klar ist. In diesem Fall können Sie auf die Karte C.1 zurückgreifen.

Ein kleinschrittigeres Vorgehen unterstützt den Prozess. Regen Sie an, eine erste Version der Aufgabenstellung aufzuschreiben, diese laut vorzulesen und dann sprachlich zu überarbeiten.

B: Schreiben Sie Ihre neue Aufgabenstellung doch mal auf.

B: Mögen Sie sie einmal laut vorlesen?

B: Sind Ausdruck und Grammatik korrekt?

Für diese neu formulierte Aufgabenstellung könnten Sie nun das Verfahren *Vorwissen aktivieren* von Karte D.2. anwenden.

**Handhabung der Strategie *Mit Formeln experimentieren.*** Erklären Sie Ihren Lernenden, dass für die Arbeit mit dieser Strategie eine Haltung hilfreich ist, die sich von dem einengenden Wunsch nach einer möglichst unmittelbar zu erreichenden Lösung befreit. Hilfreich ist es vielmehr, zunächst eine gleichsam experimentelle Einstellung gegenüber der Aufgabe einzunehmen. Diese Experimentelle Haltung hilft einen vielleicht verengten Fokus zu öffnen und neue Ansatzpunkte für die Suche nach passendem Vorwissen zu entdecken zu können. Unterstützen Sie Ihre Lernenden beim Experimentieren durch Neugier und Optimismus:

B: Bei dieser Strategie ist es wirklich wichtig, erst einmal rumzuspielen und auszuprobieren, ohne sofort genau zu analysieren, ob die Ergebnisse zielführend sind. Die Erfahrung zeigt immer wieder, dass aus diesem Abstand heraus oft ganz neue Lösungsansätze entstehen können.

B: Jetzt bin ich wirklich gespannt, welche Umformungen Ihnen einfallen werden. Wer weiß, vielleicht ist ja der ein oder andere Treffer dabei, mit dem wir dann weiterarbeiten können. Legen Sie doch erstmal los. Später können wir Ihre Ergebnisse dann noch einmal etwas genauer unter die Lupe nehmen.

Achten Sie während des Experimentierens auf die sorgfältige Dokumentation der einzelnen Umformungen. Achten Sie auch darauf, dass alle Möglichkeiten für Umformungen, die überhaupt genannt werden, auch tatsächlich konkret durchgeführt und nicht nur gedanklich bloß angerissen werden.

Unterbrechen Sie den Prozess in gewissen Abständen und lassen Sie Ihre Lernenden eine Zwischenbilanz ziehen:

B: Wollen wir mal eine kurze Rückschau auf Ihre Formeln halten und schauen, wie Sie weiter vorgehen könnten?

B: Okay, was haben Sie denn jetzt alles schon ausprobiert? Welche Umformungen könnten zielführend sein? Welche nicht? Warum? Warum nicht?

B: Welche mathematischen Sätze in Ihrem Skript und welche bereist gelösten Aufgaben könnten Sie auf diese neue Formel anwenden?

B: Gibt es im Skript zum thematischen Umfeld ihrer Aufgabe typische Umformungsregeln, die Sie auch noch anwenden könnten?

**Handhabung der Strategie *Beispiele finden und Visualisieren.*** Wenn sich der oder die Lernende für die Arbeit mit der Strategie *Beispiele finden und Visualisieren* entscheidet, können Sie diese Arbeit folgendermaßen unterstützen:

Erklären Sie dem oder der Studierenden die grundlegende Idee der Strategie:

B: Ein richtig gewähltes Beispiel kann die Steilvorlage für einen ganzen Beweis liefern. Das ist der springende Punkt an dieser Strategie. Leider gibt es kein Patentrezept für die Konstruktion passgenauer Beispiele und Visualisierungen. Dennoch: Wenn man genügend viele oder besser wohlüberlegte Beispiele auswählt und richtig visualisiert, kann man häufig im wahrsten Sinn des Wortes sehen, warum eine Behauptung überhaupt wahr ist und wie sie bewiesen werden könnte.

Begleiten Sie das Finden und Erfinden konkreter Beispiele für die Aufgabe. Lassen Sie sich genau erklären, inwiefern das gewählte Beispiel auch tatsächlich zur Aufgabe passt, d.h. deren Voraussetzung und Behauptung erfüllt. Siehe dazu auch Karte D.1.

Sollte das Konstruieren passender Beispiele Schwierigkeiten bereiten, könnte ein Einschub dazu mit Karte C.1 für Definitionen oder Karte C.2 für Sätze sinnvoll sein.

Gerade bei komplexeren Aufgaben kann es verständnisfördernd sein, die Aufgabe speziell für das ausgewählte Beispiel eigens zu formulieren. Achten Sie darauf, dass die Formulierung ein vollständiger grammatikalisch korrekter Satz ist. Auftretende Schwierigkeiten können ein Symptom dafür sein, dass die logische Struktur der Aufgabe noch nicht hinreichend klar ist.

Begleiten Sie die konkrete Visualisierung im 3. Schritt dieser Strategie durch kritische Rückfragen. Hier ist es wichtig, dass der oder die Lernende begründen kann, weshalb seine Visualisierung zur Aufgabe passt (vgl. auch die entsprechenden Hinweise auf Karte D.1). Lassen Sie sich insbesondere bei Visualisierungen für ausgewählte Teile der Skizze oder der Aufgabe folgende Fragen beantworten:

B: Wie hängt dieser Teil der Skizze mit der Aufgabenstellung zusammen?
B: Hier ist ein Teil der Aufgabe: Wo findet er sich in Ihrer Skizze wieder?

Unterstützen Sie die Suche nach neuen Zusammenhängen im Bild durch Fragen, die zum Variieren der gegebenen Größen einladen:

B: Was würde passieren, wenn man im Bild diesen Punkt hier auf dem Funktionsgraphen verschiebt? Macht das im Kontext der Aufgabe Sinn?

B: Könnte man diese Gerade hier, jenen Funktionsgraphen dort verschieben oder löschen?

Falls der oder die Lernende noch keine Einfälle für konkrete Ansatzpunkte zum Variieren und Experimentieren mit der Visualisierung hat: Manchmal kann man aus dem Skript und bereits gelösten Übungsaufgaben Anregungen bekommen, welche Aspekte im Bild relevant sein könnten. Die Suche danach im Skript können Sie durch folgende Fragen unterstützen:

B: Gibt es im Skript oder in gelösten Übungsaufgaben Beispiele für Visualisierungen?

B: Wie wurde dort mit Visualisierungen gearbeitet? Welche Fragen und Aspekte wurden dort untersucht? Macht es Sinn, nach ähnlichen Aspekten bei Ihrem Beispiel und in Ihrer Visualisierung zu suchen?

Kommen Sie mit dem oder der Lernenden über seine oder ihre Beobachtungen ins Gespräch. Das kann zunächst alltagssprachlich und durchaus noch fachwortfrei sein. Diese eher spekulativen Überlegungen helfen dem oder der Lernenden, die Gedanken weiter zu klären und zu ordnen. Sie unterstützen damit die Suche nach Ansätzen für einen allgemeinen Beweis:

B: Beschreiben Sie mir Ihre Beobachtung noch einmal genau und in einfachen Worten an Ihrem Beispiel.

Fordern Sie Ihre Lernenden aber auch immer wieder auf, ihre Beobachtungen sorgfältig, d.h. in formal und fachsprachlich korrekt formulierte Vermutungen und Behauptungen zu übersetzen (siehe dazu auch die Strategie *Gedanken in Formeln übersetzen* auf Karte D.5):

B: Lassen Sie uns jetzt doch einmal versuchen, Ihre Überlegungen formal korrekt aufzuschreiben.

Überprüfen Sie die Übersetzung, indem Sie alle Aufzeichnungen zudecken und den oder die Studierende bitten, den formalen Ausdruck wieder in Alltagssprache zu übersetzen. Lassen Sie diesen Gedanken aufschreiben. Vergleichen Sie ihn anschließend gemeinsam mit den Notizen: Bedeuten sie wirklich das Gleiche? Eventuell muss der Prozess des Hin- und Herübersetzens wiederholt werden. Schwierigkeiten dabei können ein Indiz für Fehlurteile und Irrtümer sein, wie sie in der Arbeit mit Visualisierungen häufig vorkommen.

Unterstützen Sie nun die Suche nach einem allgemeinen Beweis. Abstrahieren Sie schrittweise vom konkret gewählten Ausgangsbeispiel, über weitere zunehmend allgemeinere Beispiele bis hin zu ersten Schritten für einen strengen Beweis. Mögliche Fragen könnten hier sein:

B: Haben Sie schon eine Vermutung, ob sich Ihre Beobachtung auch auf andere Beispiele verallgemeinern lässt? Welche Beispiele könnten das sein?

B: Können Sie erklären, warum Ihre Beobachtungen für Ihr konkretes Beispiel funktionieren?

B: Können Sie es auch so erklären, dass Sie nur solche Eigenschaften des Beispiels verwenden, die sich auch aus den Voraussetzungen der Aufgabe *herleiten lassen*?

B: Haben Sie vielleicht erste Ideen für einen allgemeinen Beweis oder wie Sie danach weitersuchen könnten? Was könnte ein erster Schritt dazu sein?

Sollte die oder der Studierende trotz der Anwendung der Strategien nicht zur gewünschten „Lösung“ gelangen, stellt dies aus Sicht der Personzentrierten Beratung kein Hindernis dar. Das Ziel der Beratung sollte als erreicht gelten, wenn die oder der Studierende eine oder mehrere Strategien in das eigene Portfolio der Arbeitstechniken integrieren kann und zumindest Teile davon für sich nutzbar macht.

Erfragen Sie dies in einer Metareflexion am Ende des Gespräches und ermutigen Sie ggf. dazu, die Strategien an anderer Stelle wieder auszuprobieren:

B: Welche neuen Ideen für Lösungsansätze nehmen Sie heute für sich mit?

B: Unter den verschiedenen Strategien, die Sie angewendet haben: Welche schätzen Sie für sich persönlich als am besten geeignet ein?

Karte D.5 Fehlern vorbeugen und sie finden
*Abbildung: Karte D.5 Fehlern vorbeugen und sie finden*

## Hintergrund

Mathematische Profis machen gar nicht viel weniger Fehler als Anfänger:innen. Sie sind allerdings fehlersensibler als diese, weil sie aktiv für die Kontrolle und die Qualität ihrer Ergebnisse die Verantwortung übernehmen. Nicht selten fehlt Studierenden die Einsicht in die eigene Zuständigkeit für die Fehlersuche und allgemeiner für die selbständige Verbesserung ihrer Lösungen. Diese Karte stellt vier Strategien vor, mit denen Mathematiker:innen üblicherweise nach Fehlern in ihren Umformungen suchen und ihnen langfristig auch vorbeugen. Diese Hinweise bewegen sich sowohl auf einer handwerklichen als auch auf der Haltungs- und Einstellungsebene. Im Folgenden werden sie kurz einzeln vorgestellt:

**Gleichungen in kleinsten Schritten umformen**: Die Strategie *Gleichungen in kleinsten Schritten umformen* will die Lernenden dazu anregen, einzelne Umformungen so kleinschrittig zu wählen und so übersichtlich zu notieren, dass sie im Idealfall unmittelbar einsichtig oder doch leicht kontrollierbar sind – und diese Kontrolle dann auch tatsächlich vorzunehmen. Diese Strategie gilt analog auch für Aussagen und ihre logischen Umformungen. Viele Studierende wollen trotz mangelnder Rechen- und Logik-Routine immer mehrere Umformungsschritte auf einmal umsetzen. Dabei schleichen sich leider oft auch Umformungen ein, die nicht regelkonform sind. Das, was wir hier über das Umformen von Gleichungen gesagt haben, gilt analog auch für die Umformung von Aussagen nach Gesetzen der Logik (vgl. dazu auch die Karte C.3 *Beweise verstehen – Präzise bleiben*).

**Beispiel:** Warum ist der folgende „Beweis" für die Gleichung 2=1 falsch?

$$a = b \underset{1}{\Rightarrow} a^2 = ab \underset{2}{\Rightarrow} a^2 - b^2 = ab - b^2$$

$$\underset{3}{\Rightarrow} (a+b)(a-b) = b(a-b) \underset{4}{\Rightarrow} a + b = b \underset{5}{\Rightarrow} 2b = b \underset{6}{\Rightarrow} 2 = 1.$$

Dazu analysieren wir exemplarisch den ersten und den vierten Umformungsschritt:

In Schritt 1 wird die Ausgangsgleichung auf beiden Seiten mit derselben Variable *a* multipliziert, weshalb das Produkt auf beiden Seiten der Gleichung auch gleich sein muss. Für die gleichzeitige Multiplikation auf beiden Seiten einer Gleichung gibt es tatsächlich keine Einschränkungen. Insbesondere darf ich beide Seiten auch mit 0 multiplizieren und erhalte dann auf beiden Seiten den Wert 0, also eine Identität (sie darf im vorliegenden Fall also durchgeführt werden). Die Umformung wurde auch korrekt durchgeführt, denn die Multiplikation von a mit sich selbst liefert $a^2$ und von b mit a liefert sie $ab$, was mit der linken bzw. rechten Seite der Gleichung übereinstimmt.

In Schritt 4 werden beide Seiten der Gleichung durch den Term $(a - b)$ geteilt. Wie die Multiplikation so ist auch die Division beider Seiten einer Gleichung durch die gleiche Zahl eine Äquivalenzumformung, d.h. eine Operation, die das Gleichheitszeichen erhält. Allerdings mit einer Ausnahme: Durch 0 darf nicht geteilt werden. Das ist hier aber gerade der Fall. Nach Voraussetzung ist nämlich $a = b$ und damit $a - b = 0$. Eine sorgfältige Prüfung der Frage „Darf die Umformung überhaupt durchgeführt werden?“ hätte schon an dieser Stelle verneint werden müssen.

**Gedanken schrittweise in Formeln übersetzen**: Zum Mathematik-treiben gehört auch die Strategie, alltagssprachlich formulierte Gedanken auf sehr kontrollierte Weise in formal-logisch korrekte Aussagen zu übersetzen. Ein solche formal-logische Darstellung kann auf den ersten Blick mit einer Formel verwechselt werden, da sie hauptsächlich aus Variablen und Zeichen besteht. Durch die formal-logische Notation können noch vage Gedanken präziser gefasst und letztlich überprüft werden.

Der Witz dieser Strategie besteht darin, ggf. von der üblichen Schreib- und Leserichtung abzuweichen: Man schreibt zuerst die bereits verstandenen, d.h. die direkt in formale und fachsprachlich korrekte mathematische Aussagen und Formeln übersetzbaren Teile des Gedankens auf. Dabei plant man von vornherein genügend Freiraum für die noch fehlenden Teile ein. Anschließend werden dann schrittweise die noch fehlenden Teile übersetzt und in den freien Platz eingefügt.

**Beispiel:** Wir hören und schauen zu, wie ein:e Studierende:r diese Strategie (schwerpunktmäßig die Schritte 3. und 4.) anwendet, um einen Gedanken mathematisch korrekt in eine Formel zu übersetzen:

„Vielleicht kann ich ja zeigen, dass die Folge $a_n := (1+\frac{1}{n-1})^n$ $(n \in \mathbb{N}, n \geq 2)$ monoton fallend ist! Okay. Das schreibe ich jetzt für meine Folge mal sauber auf. Da ich die Formel für $a_n$ schon kenne, schreibe ich sie zuerst auf: $(1+\frac{1}{n-1})^n$ (1).

Jetzt will ich ja zeigen, dass die Folge monoton fällt. Hmmm. Das heißt doch, dass das Glied $a_{n+1}$ kleiner sein soll als $a_n$. Neben $a_n$ muss ich also auch noch das Folgenglied $a_{n+1}$einbauen. Gut, die Formel für $a_{n+1}$kann ich ja auch schon mal hinschreiben. Also ergänze ich (1) zu $(1+\frac{1}{n-1})^n \ldots (1+\frac{1}{(n+1)-1})^{n+1}$ (2), wobei ich zwischen den beiden Termen noch genügend Platz lasse. Ich muss ja noch genauer überlegen, welches Ungleichheitszeichen dahin gehört.

Jetzt soll die Folge ja monoton fallen. Im Skript steht nun $a_{n+1} \leq a_n$ und für meinen Fall bedeutet das $a_n \geq a_{n+1}$. Ich muss also in (2) das Zeichen $\geq$ einsetzen: $(1+\frac{1}{n-1})^n \geq (1+\frac{1}{(n+1)-1})^{n+1}$(3).

So, fast geschafft. Bevor ich mir dieses Ungetüm von Ungleichung näher anschaue, fasse ich den Term im einen Nenner von (3) zusammen zu

$(1+\frac{1}{n-1})^n \geq (1+\frac{1}{(n+1)-1})^{n+1} = (1+\frac{1}{n})^{n+1}$ (4).

Gut, das schreibe ich jetzt noch einmal übersichtlich und in einer Zeile auf:

$(1+\frac{1}{n-1})^n \geq (1+\frac{1}{n})^{n+1}$ (5).

Aha, also diese Ungleichung, die müsste ich jetzt beweisen.“

Kommentar: Das Ergebnis in (4) wird durch die Schritte (1), (2) und (3) nacheinander aufgebaut. (5) wird als eigene Zeile neu aufgeschrieben.

**Strukturierte Selbstanweisungen:** Klar formulierte Selbstanweisungen unterstützen die strukturierte und planvolle Bearbeitung einer Aufgabe. Durch sie weiß man genau, was man als Nächstes tun will. Und deshalb kann auch kontrolliert werden, ob man sich an die Anweisung hält. Auf diese Weise konzentriert man sich auf einzelne klar umrissene Arbeitsschritte, statt mehrere konkurrierende Pläne zu vermischen und nur unvollständig umzusetzen.

Zum Beispiel: Um die Selbstanweisung „Als nächstes ~~er~~setze ich in der Formel $t^2 - 4t + 2$ an allen Stellen für $t$ den Term $u + 1$ ein“ korrekt auszuführen, ist nichts anderes zu tun, als den in der Formel vorkommenden Buchstaben $t$ durch den Term $u + 1$ zu ersetzen.

**Verantwortung für die Qualität der eigenen Lösung übernehmen**: Indem man selbständig nach Fehlern und Verbesserungsmöglichkeiten in seiner Lösung sucht, die Lösung sogleich abändert, um das neue Ergebnis wieder zu kontrollieren etc. – bis man schließlich mit dem Ergebnis selber zufrieden ist, tritt man in einen Kreisprozess zur Qualitätssicherung der eigenen Lösung ein.

Verantwortung für die Qualität der eigenen Lösung zu übernehmen bedeutet aber auch, Respekt vor einer Aufgabe zu haben und sie nicht zu unterschätzen. Selbst wenn die Aufgabe wirklich nicht schwierig sein sollte, führt doch eine Haltung von „Ach, das ist nicht schwer“ oft zu einer lockeren und dadurch fehleranfälligen Bearbeitung, die dann zeitraubende Korrekturanstrengungen nach sich ziehen kann.

### Handhabung

Zielsetzung dieser Karte ist es, die Lernenden bei der selbständigen Überprüfung ihrer (Zwischen-) Ergebnisse zu unterstützen. Außerdem will sie die Lernenden zu einer grundsätzlicheren Reflexion anregen: Wo sehe ich meine eigene Verantwortung bei der Bearbeitung und Darstellung mathematischer Aufgaben? Typische Äußerungen von Studierenden lauten dann: „Und wie kann ich eigentlich kontrollieren, ob meine Ergebnisse jetzt richtig sind?“ „Jetzt soll ich noch selber meine Aufgaben korrigieren? Ich soll doch die Theorie erst lernen.“ „Was, wenn ich mich schon längst an einer Stelle verrechnet habe …. Mein eh schon enger Zeitplan gerät nur immer mehr durcheinander…“

Beginnen Sie damit, dass Sie die Karte auf den Tisch legen.

B: Ganz verhindern kann man Fehler natürlich nicht. Aber es gibt ein paar elementare und hilfreiche Strategien, mit denen man nach Fehlern suchen und ihnen langfristig vorbeugen kann. Auch die eigene Einstellung zu Mathematik insgesamt spielt dabei eine wichtige Rolle. Wenn Sie mögen, lesen Sie sich dazu einmal die Karte durch.

Regen Sie einen Gedankenaustausch an:

B: Wie gehen Sie vor, um Fehlern vorzubeugen und sie zu finden?

B: Welche der Anregungen auf der Karte haben Sie vielleicht schon bewusst oder auch weniger bewusst verwendet?

Laden Sie die Studierenden ein, diese Strategien an einer bereits gelösten Aufgabe zu erproben und mit ihnen experimentieren:

B: Haben Sie Interesse, eine dieser Strategien an einer konkreten Aufgabe zu erproben?

Lassen Sie die Studierenden eine Strategie ihrer Wahl ausprobieren und begleiten Sie sie bei der Erprobung der Strategie. Für jeden Bereich bieten sich eigene Impulse zur mündlichen Begleitung an:

**Gleichungen in kleinsten Schritten umformen**: Fordern Sie die Lernenden immer wieder auf, auch tatsächlich jeden Schritt zu begründen:

B: Können Sie mir sicher erklären, ob dieser Schritt überhaupt stimmt?

B: Können Sie ihn auf anerkanntes Grundwissen, etwa in Ihrem Skript oder in einer anderen zuverlässigen Quelle, zurückführen?

B: Können Sie ihn für ganz einfache Beispiele plausibel machen?

B: Welche Umformungsregel wurde verwendet? Darf sie überhaupt verwendet werden? Wurde sie richtig angewendet?

Fordern Sie die Lernenden auch auf, die Verschriftlichung ihrer Rechnungen ggf. zu verbessern und dabei auch auf eine übersichtliche Gestaltung zu achten:

B: An welchen Stellen in Ihrem Aufschrieb kann ich als Leser:in nachvollziehen, wie Sie Ihre Schritte begründen?

**Gedanken schrittweise in Formeln übersetzen**: Für die Begleitung der Übersetzungsarbeit kommt es insbesondere darauf an, die Studierenden bei der ersten Verschriftlichung ihres Gedankens zu unterstützen. Dabei können Sie durchaus mit dem vielleicht noch ganz vage und rein alltagssprachlich formulierten Gedanken beginnen. Es kommt noch nicht einmal darauf an, dass gleich ein ganzer grammatikalisch korrekter Satz aufgeschrieben wird. Schon Bruchstücke eines Satzes können völlig ausreichend sein. Mögliche Fragen könnten sein:

B: Schreiben Sie Ihren Gedanken, so vage und unvollständig er noch sein möge, auf das leere Papier. Das kann noch ganz unvollständig und bruchstückartig sein. Alles – Begriffe, einzelne Formulierungen und Formeln oder Teile davon – alles ist willkommen.

Sind die Gedanken schriftlich fixiert, fällt die schrittweise Überarbeitung, Vervollständigung und anschließende Formalisierung erfahrungsgemäß nicht mehr so schwer:

B: Welchen Teil Ihres Gedankens wollen Sie nun als erstes überarbeiten oder verbessern, so dass eine formale Darstellung daraus wird?

Um sprachlich formulierte Gedanken und Formeldarstellung abzugleichen, decken Sie zunächst die verschriftlichten Versionen des ursprünglichen Gedankens ab:

B: Können Sie die Formel wieder alltagssprachlich und in eigenen Worten ausdrücken?

B: Entspricht dieses Ergebnis Ihrem ursprünglichen Gedanken?

B: Wenn nicht, was würden Sie verändern?

**Strukturierte Selbstanweisungen**: Schlagen Sie den Lernenden vor, mit kurzen, konkreten, inneren Selbstanweisungen zu experimentieren:

B: Wie könnte an ausgewählten Stellen eine Selbstanweisung formuliert werden?

B: Welchen Unterschied macht es für Sie, wenn Sie die Selbstanweisung laut aussprechen oder sogar vorher aufschreiben?

**Verantwortung für die Qualität der eigenen Lösung übernehmen**: Das Thema „Verantwortung für die eigene Lösung“ bietet sich als vertiefende Reflexion am Ende der Bearbeitung der anderen Strategien an. Es sollte eher als optionales Angebot in die Beratung eingebracht werden. Auf eine tiefgründige moralische Auseinandersetzung mit „Verantwortung“ sollte hier verzichtet werden.

Ganz konkret kann die „Übernahme der Verantwortung für die eigene Lösung“ z. B. bedeuten, dass man seine eigene Lösung mündlich oder schriftlich nach außen vertritt, indem man beispielsweise die Lösung schriftlich einreicht oder im Übungsbetrieb an der Tafel vorrechnet. Es geht auch darum, die Verantwortung für eine sachgerechte und nachvollziehbare Darstellung zu übernehmen. Dies ist insbesondere in schriftlichen Prüfungen wichtig.

Weisen Sie am Ende des Gespräches beispielsweise darauf hin, dass die Studierenden im Dialog über fehlersensibles Arbeiten bereits Verantwortung gezeigt haben, indem sie bereit waren, sich auf einen reflexiven Prozess einzulassen.

Folgende Fragen bieten sich zur Begleitung an:

| | |
|---|---|
| B: | Eigenverantwortung bei der Bearbeitung von Aufgaben und der Präsentation von Lösungen. Was bedeutet das für Sie? |
| B: | Im Hinblick auf bevorstehende Prüfungen: Welche Verantwortung tragen Ihrer Ansicht nach Lehrende und welche Verantwortung tragen Studierende? Bei der Vorbereitung, Durchführung und Bewertung? |

Führen Sie zum Abschluss des Gesprächs eine Metareflexion durch:

| | |
|---|---|
| B: | Was werden Sie in Zukunft unternehmen, um Fehler besser zu finden, ihnen vorzubeugen und insgesamt fehlersensibler zu werden? |
| B: | Inwiefern hat sich durch unser heutiges Gespräch Ihre Einstellung zur Übernahme von Verantwortung für die Kontrolle und Qualität Ihrer eigenen Lösungen geändert? |

Aebli, H. (2011). *Zwölf Grundformen des Lehrens*. 14. Auflage. Stuttgart: Klett.

Alcock, L. (2013). *How to Study as a Mathematics Major.* Oxford: University Press.

Bamberger, G. G. (2010). *Lösungsorientierte Beratung.* 4. Auflage. Weinheim, Basel: Beltz Verlag.

Brown, J. R. (1999). *Philosophy of Mathematics. An Introduction to the World of Proofs and Pictures.* London: Routledge.

Bensberg, G. & Messer, J. (2014). *Survivalguide Bachelor*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.

Beutelspacher, A. (2009a). *„Das ist o.B.d.A. trivial!" Tipps und Tricks zur Formulierung mathematischer Gedanken.* 9. Auflage. Wiesbaden: Vieweg.

Beutelspacher, A. (2009b). *„In Mathe war ich immer schlecht…".* 5. Auflage. Wiesbaden: Vieweg + Teubner.

Borwein, J. M. & Bailey, D. H. (2004). *Mathematics by experiment. Plausible reasoning in the 21 st century*. Natick, Mass.: A K Peters.

Bracke, M., Friedewold, D. & Schnieder, J. (2015). *Forschendes Lernen und Problemlösen im MINT-Bereich selbständigkeitsorientiert begleiten – ein fächerübergreifendes Ausbildungskonzept.* Tagungsband zum 2. HDMINT Symposium 2015, 58-63.

Courant, R. (1981). Reminiscences from Hilbert's Göttingen. *Mathematical Intelligencer,* 3 (4), 154-164.

Ebbinghaus, H.-D. (1994). *Einführung in die Mengenlehre.* Mannheim, Leipzip, Wien, Zürich: BI

Elliott, R. & Freire, E. (2010). The effectiveness of person-centered und experiential therapies. A review of the meta-analysis. In M. Cooper & J. Watson & D. Holldampf (Hrsg.): *Person-Centered and Experiential Therapies Work*. Norwich: Pagebros, 1 -15.

Epstein, D. & Levy, S. (1995). Experimentation and Proof in Mathematics. *Notices oft he AMS,* Volume 42 (6), 670-674.

Ertelt, B.-J. & Schulz, W. E. (2015). *Handbuch Beratungspraxis.* 3. Auflage. Wiesbaden: Springer.

Euler, D. & Lang, M. (2006). *Selbstgesteuertes Lernen in der beruflichen Bildung.* Stuttgart: Franz Steiner Verlag.

Fehm, L. & Fydrich, T. (2011). *Ratgeber Prüfungsangst: Informationen für Betroffene und Angehörige.* Göttingen: Hogrefe.

Fouckhardt, H. (2017). *Lehren und lernen. 10 Tipps aus der Praxis*. Wiesbaden: Springer Spektrum.

Frenzel, A. C. & Stephens, E. J. (2011). Emotionen. In T. Götz (Hrsg.), *Motivation und selbstreguliertes Lernen*. Paderborn: Verlag Ferdinand Schöningh, 16-79.

Friedewold, D., Nicolaisen, T. & Schnieder, J. (2015a). *Lehre in MINT konstruktiv gestalten. Hochschuldidaktische Qualifizierung in der Mathematik und den MINT-Fächern – Konzept, Praxis, Perspektiven*. Neues Handbuch Hochschullehre (NHHL 3 73 15 12), L1.26.

Friedewold, D., Nicolaisen, T. & Schnieder, J. (2015b). Lernstrategien im Rahmen mathematischer Tutorien und tutorieller Fachcoachings. In T. Nicolaisen & P. - Y. Martin (Hrsg.): *Lernstrategien fördern: Modelle und Praxisszenarien*. Weinheim und Basel: Beltz Juventa, 258-281.

Friedewold, D., Nicolaisen T. & Schnieder, J. (2015c). Tutorienleitung und universitäres Fachcoaching in der Mathematik. In W. Paravicini & J. Schnieder (Hrsg.): *Hanse-Kolloquium zur Hochschuldidaktik der Mathematik 2013*. Münster: WTM Verlag, 121-139.

Grinberg, N. (2008). *Lösungsstrategien. Mathematik für Nachdenker.* Frankfurt: Harri Deutsch.

Grudzinski, O. von & Schnabel, R. (2011). *Mathematische Grundlagen.* 2., überarbeitete Auflage. Kiel: Mathematisches Seminar.

Haftendorn, D. (2010). *Mathematik sehen und verstehen. Schlüssel zur Welt.* Heidelberg: Spektrum.

Halmos, P. (1985). *I Want to be a Mathematician*. New York: Springer.

Halmos, P. & Moise, F. & Piranian, G. (1975). The Problem of Learning to Teach. *American Mathematical Monthly*, 82 (5), 466-476.

Hardeland, H. (2013). *Lerncoaching und Lernberatung*. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren.

Heckhausen, J. & Heckhausen, H. (Hrsg. 2010). *Motivation und Handeln.* Springer-Lehrbuch. 4. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer.

Heinsen, E., Kessens, S. & Laumann, M. (2016). *Lehrende beraten, Studierende zu beraten – Herausforderungen, Ansätze, Tools*. Vortrag 45. DGHD-Jahrestagung, Ruhr-Universität Bochum, 21.-23. September 2016.

Heintz, B. (2000). *Die Innenwelt der Mathematik. Zur Kultur und Praxis einer beweisenden Disziplin.* Wien, New York: Springer.

Heublein, U., Hutzsch, C., Schreiber, J., Sommer, D., & Besuch, G. 2010). *Ursachen des Studienabbruchs in Bachelor- und in herkömmlichen Studiengängen. Ergebnisse einer bundesweiten Befragung von Exmatrikulierten des Studienjahres 2007/08.* Hannover: HIS. URL: http://www.his.de/pdf/pub_fh/fh-201002.pdf (abgerufen am 20.09.2017).

Hippmann, H.-D. (2007). *Studieren mit Erfolg: Keine Angst vor Mathematik*. Stuttgart: Schäffer-Poeschel Verlag.

Hoppenbrock, A. et al. (Hrsg. 2016). *Lehren und Lernen von Mathematik in der Studieneingangsphase. Herausforderungen und Lösungsansätze.* Wiesbaden: Springer.

Houston, K. (2012). *Wie man mathematisch denkt. Eine Einführung in die mathematische Arbeitstechnik für Studienanfänger.* Berlin, Heidelberg: Springer.

Jahnke, I. & Wildt J. (Hrsg. 2011). *Fachbezogene und fachübergreifende Hochschuldidaktik*. Bielefeld: W. Bertelsmann Verlag

Krengel, M. (2014). *Bestnote. Lernerfolg verdoppeln, Prüfungsangst halbieren.* Berlin: easybookz.

Lehn, M. (2005). *Wie bearbeitet man ein Übungsblatt?* URL: https://www.agtz.mathematik.uni-mainz.de/wie-bearbeitet-man-ein-uebungsblatt-von-prof-dr-manfred-lehn/ (abgerufen am 20.09.2017).

Link, F. & Schnieder, J. (2016): Mathematisch forschend lernen in der tertiären Bildung. In W. Paravicini, J. Schnieder (Hrsg.): *Hanse-Kolloquium zur Hochschuldidaktik der Mathematik 2014*. Münster: WTM Verlag, 159-176.

Mandl, H. & Friedrich, H. F. (2006). *Handbuch Lernstrategien*. Göttingen: Hogrefe.

Mandl, H. & Krause, U.-M. (2001). *Lernkompetenz für die Wissensgesellschaft*. München: Universität, Institut für Pädagogische Psychologie und Empirische Pädagogik.

Mason, J. & Burton, L. & Stacey, K. (2012). *Mathematisch denken. Mathematik ist keine Hexerei.* 6. Auflage. München: Oldenbourg Verlag.

Martin, P. Y./Nicolaisen, T. (2015): Einführung und Grundlagen. In P. Y. Martin & T. Nicolaisen (Hrsg.): *Lernstrategien fördern. Modelle und Praxisszenarien*. Weinheim und Basel: Beltz Juventa, 9-69.

Messing, B. (2017). *Das Studium: Vom Start zum Ziel. Lei(d)tfaden für Studierende*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag.

Nicolaisen, T. & Martin, P.-Y. (Hrsg. 2015). *Lernstrategien fördern: Modelle und Praxisszenarien*. Weinheim und Basel: Beltz Juventa.

Nicolaisen, T. (2013). *Lerncoaching-Praxis. Coaching in pädagogischen Arbeitsfeldern*. Weinheim und Basel: Beltz Juventa.

Ortenburger, A. (2013). *Beratung von Bachelorstudierenden in Studium und Alltag*. Hannover: DZHW.

Pace, D. (2017). *The Decoding the Disciplines Paradigm: Seven Steps to Increased Student Learning.* Bloomington, Indiana: Indiana University Press.

Pallasch W. & Kölln, D. (2014). *Pädagogisches Gesprächstraining. Lern- und Trainingsprogramm zur Vermittlung pädagogisch-therapeutischer Gesprächs- und Beratungskompetenz.* 9. Auflage. Weinheim und Basel: Beltz Juventa.

Polya, G. (2010). *Schule des Denkens. Vom Lösen mathematischer Probleme*. Sonderausgabe der vierten Auflage. Tübingen, Basel: A. Francke Verlag.

Polya, G. & Szegö, G. (1970). *Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis I.* 4. Auflage. Berlin, Heidelberg, New York: Springer.

Giaquinto, M. (2011). *Visual Thinking in Mathematics. An epistemological study.* New York: Oxford University Press.

Rauen, C. (2008). *Coaching*. Göttingen: Hogrefe.

Rogers, C. (2013). *Therapeut und Klient. Grundlagen der Gesprächspsychotherapie.* 22. Auflage. Frankfurt am Main: Fischer Taschenbuch Verlag.

Rost, F. (2012). *Lern- und Arbeitstechniken für das Studium.* 7., überarbeitete und aktualisierte Auflage. Wiesbaden: Springer VS.

Schmid, A. (2005). *Verständnis lehren*. Stuttgart: Ernst Klett.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving.* Orlando, Florida: Academic Press.

Schubert-Henning (2007). *Toolbox – Lernkompetenz für erfolgreiches Studieren.* Bielefeld: UVW.

Schwer, C. & Solzbacher, C. (Hrsg. 2014). *Professionelle pädagogische Haltung. Historische, theoretische und empirische Zugänge zu einem viel strapazierten Begriff.* Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Stickel-Wolf, C. & Wolf, J. (2016). *Wissenschaftliches Arbeiten und Lerntechniken. Erfolgreich studieren - gewusst wie*. 8., aktualisierte und überarbeitete Auflage. Wiesbaden: Springer Gabler.

Storch, M. & Krause, F. (2014). *Selbstmanagement - ressourcenorientiert: Grundlagen und Trainingsmanual für die Arbeit mit dem Zürcher Ressourcen-Modell (ZRM)*. Bern: Huber.

Strian, F. (1983). *Angst: Grundlagen und Klinik. Ein Handbuch zur Psychiatrie und medizinischen Psychologie*. Berlin, Heidelberg: Springer.

Techniker Krankenkasse (2015). *TK-CampusKompass*. URL: https://www.tk.de/centaurus/servlet/contentblob/724592/Datei/2514/TK-CampusKompass.pdf (abgerufen am 09.11.2017).

Thomann, G. & Pawelleck, A. (2013). *Studierende beraten.* Opladen und Toronto: Verlag Barbara Budrich.

Tietze, U. et. al (2000). *Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II - Band 2.* Göttingen: Vieweg.

Walther, H. (2012). *Ohne Prüfungsangst studieren.* Konstanz und München: UVK Verlagsgesellschaft.