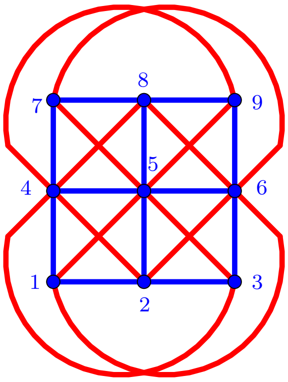
ÜBUNG 8

In den beiden ersten Aufgaben wollen wir uns mit Bewegungen im 9-Punkte-Modell beschäftigen, und zwar mit Punkt- und Geradenspiegelungen. Statt der Buchstaben könnte man folgende vereinfachte Bezeichnungen der Punkte vorschlagen:



AUFGABE 1

Man überprüfe (zum Beispiel durch geeignete Skizzen) im 9-Punkte-Modell an selbst gewählten Beispielen

a) die längen- und richtungstreue bei Punktspiegelungen

b) die längentreue bei Geradenspiegelungen

c) die geradentreue bei Punkt- und Geradenspiegelungen (wenn man also die Gerade $\{3, 4, 8\}$ an 2 mittels der Abbildung π_2 punktspiegelt ist $\{3, 4, 8\}\pi_2$ wieder eine Gerade

d) die senkrechttreue bei Geradenspiegelungen (wenn man also die beiden zueinander senkrechte Geraden $\{7, 8, 9\}$ und $\{2, 5, 8\}$ an $\{1, 5, 9\}$ durch die Abbildung $\sigma_{\{1,5.9\}}$ spiegelt, dann sollte auch $\{7, 8, 9\}\sigma_{\{1,5.9\}}$ zu $\{2, 5, 8\}\sigma_{\{1,5.9\}}$ senkrecht sein).

AUFGABE 2

Zwei Dreiecke ABC und $A'B'C'$ heißen kongruent, wenn sie seitenweise kongruent sind, also wenn gilt: $AB \equiv A'B',\ BC \equiv B'C',\ AC \equiv A'C'$.
Man gebe eine Bewegung an, die das Dreieck

a) 123 in das kongruente Dreieck 456 überführt.

b) 458 in das kongruente Dreieck 256 überführt.

c) 459 in das kongruente Dreieck 876 überführt.

Sei $(\mathcal{P}, \mathcal{G}, \equiv, \perp)$ eine euklidische Ebene.

AUFGABE 3
Man formalisiere die folgende Aussage und beweise sie anschließend:

Jede Geradenspiegelung σ ist senkrecht-treu.

AUFGABE 4
Sei A ein Punkt und g eine Gerade. Es sei $P_g = \{h \mid h \in \mathcal{G},\ h \parallel g\}$ das Parallelenbüschel von g. Man zeige:

$$\exists h \in P_g : h = \{X \mid \text{der Verdopplungspunkt von } XA \text{ liegt auf } g\}$$

AUFGABE 5
Man zeige: Sei ABC ein gleichschenkliges Dreieck, dh es gilt $AC \equiv BC$. Sei D der Verdopplungspunkt von AC. Dann ist $DCC\sigma_{\overline{AB}}D_{\overline{AB}}$ ein Parallelogramm.