

## ÜBUNG 3

Abgabe der Bearbeitungen bis Freitag, den 7. Oktober bis 10 Uhr

### AUFGABE 1

Man gebe einen logisch gleichwertigen (oder äquivalenten) Ausdruck zur Disjunktion  $A \vee B$  an, in dem nur der Junktor  $\Rightarrow$  auftritt.

### AUFGABE 2

Seien  $A, B, C$  Aussagen. Wir kennen bereits das Distributivgesetz

$$((A \wedge B) \vee C) \Leftrightarrow ((A \vee C) \wedge (B \vee C)).$$

Welche der Junktoren  $\vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$  sind unter  $\vee$  distributiv, d. h. („d. h.“ das heißt „das heißt“) welche dieser Junktoren machen, für  $*$  eingesetzt, die Aussage

$$((A * B) \vee C) \Leftrightarrow ((A \vee C) * (B \vee C))$$

zu einer Tautologie?

### AUFGABE 3

Man gebe einen auslagenlogischen Ausdruck in den Variablen  $A, B, C$  an, in dem nur die Junktoren  $\neg$  und  $\Rightarrow$  auftreten, und der genau dann den Wahrheitswert WAHR hat, wenn die Variablen alle den gleichen Wahrheitswert haben.

### AUFGABE 4

Seien  $A, B$  Aussagen und sei  $G(A, B)$  ein aussagenlogischer Ausdruck (manchmal sagt man dazu auch eine aussagenlogische Formel) in den beiden Variablen  $A, B$ . Es sei  $G(A, B)$  selbst keine Tautologie, dafür aber die beiden Formeln

$$A \Rightarrow G(A, B) \text{ und } B \Rightarrow G(A, B).$$

Man zeige, dass dann  $G(A, B)$  logisch gleichwertig zu  $A \vee B$  ist, also

$$G(A, B) \Leftrightarrow A \vee B$$

### AUFGABE 5

Seien  $A, B$  Aussagen und die folgenden 6 „Formeln“ gegeben

- |         |                      |                      |
|---------|----------------------|----------------------|
| 1. Wahr | 3. $B$               | 5. $B \Rightarrow A$ |
| 2. $A$  | 4. $A \Rightarrow B$ | 6. $A \vee B$        |

Man zeige: Sind  $X, Y$  irgendwelche von diesen 6 Formeln, so ist

$$X \Rightarrow Y$$

logisch äquivalent zu einer dieser 6 Formeln.

**Beispiel:** Wählt man  $X = \text{Wahr}$  und  $Y = A \vee B$  so lautet die daraus gebildete Formel

$$\text{Wahr} \Rightarrow (A \vee B),$$

welche offenbar äquivalent zu  $A \vee B$  ist.

---

**AUFGABE** (nicht schriftlich)

Nach einem Diebstahl gibt es drei Verdächtige, Anton, Bert und Cedric, von denen zumindest einer der Dieb ist. Nachdem sie und die Zeugen getrennt befragt wurden, kennt die Polizei die folgenden Fakten.

- i) Wenn Anton der Dieb ist, dann müssen Bert oder Cedric ebenfalls Diebe sein.
- ii) Wenn Bert der Dieb ist, dann ist Anton unschuldig.
- iii) Wenn Cedric der Dieb ist, dann ist auch Bert der Dieb.

Lässt sich damit herausfinden, wer von den dreien schuldig bzw. unschuldig ist?

**AUFGABE** (nicht schriftlich)

Sie haben vier Karten, jeweils mit einem Buchstaben auf der einen und einer Zahl auf der anderen Seite. Wie viele und welche der dargestellten Karten müssen Sie mindestens umdrehen, um die Aussage zu bestätigen:



*Wenn auf einer Seite einer Karte ein Vokal*