ÜBUNG 4

Abgabe der Bearbeitungen am Freitag, den 29. Oktober bis 10 Uhr

AUFGABE 1

Seien A, B, C Aussagen. Welche der Junktoren $\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$ sind unter $\vee$ distributiv, d.h. („d.h." das heißt „das heißt") welche dieser Junktoren machen, für $*$ eingesetzt, die Aussage

$$((A * B) \vee C) \Leftrightarrow ((A \vee C) * (B \vee C))$$

zu einer Tautologie?

AUFGABE 2

Sei $S = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Man betrachte die folgenden Aussagen über die Menge S:

A(n): $\frac{n(n-1)}{2}$ ist eine gerade Zahl,
B(n): $2^{n-2} - (-2)^{n-2}$ ist eine gerade Zahl und
C(n): $5^{n-1} + 2^n$ ist eine Primzahl.

Existieren vier verschiedene Belegungen der Variablen a, b, c, und d aus S so, dass folgende Aussagen den angegeben Wahrheitswert besitzen?

- $A(a) \Rightarrow B(a)$ ist FALSCH.
- $B(b) \Rightarrow A(b)$ ist WAHR.
- $A(c) \Leftrightarrow C(c)$ ist WAHR.
- $B(d) \Leftrightarrow C(d)$ ist FALSCH.

AUFGABE 3

Für die Aussagen P, Q, R zeige man die folgenden Äquivalenzen (ohne Verwendung von Wahrheitstafeln):

a) $((P \wedge Q) \Rightarrow R) \quad \Leftrightarrow \quad ((P \wedge (\neg R)) \Rightarrow (\neg Q))$

b) $((P \wedge Q) \Rightarrow R) \quad \Leftrightarrow \quad ((Q \wedge (\neg R)) \Rightarrow (\neg P))$

AUFGABE 4

Seien A, B Aussagen und sei $G(A, B)$ ein aussagenlogischer Ausdruck (manchmal sagt man dazu auch eine aussagenlogische Formel) in den beiden Variablen A, B. Es sei $G(A, B)$ selbst keine Tautologie, dafür aber die beiden Formeln

$$A \Rightarrow G(A, B) \text{ und } B \Rightarrow G(A, B).$$

Man zeige, dass dann $G(A, B)$ logisch gleichwertig zu $A \vee B$ ist, also

$$G(A, B) \quad \Leftrightarrow \quad A \vee B$$

AUFGABE 5

Seien A, B Aussagen und die folgenden 6 Formeln gegeben

1. Wahr
2. A
3. B
4. $A \Rightarrow B$
5. $B \Rightarrow A$
6. $A \vee B$

Man zeige: Sind X, Y irgendwelche von diesen 6 Formeln, so ist

$$X \Rightarrow Y$$

logisch äquivalent zu einer dieser 6 Formeln.

Beispiel: Wählt man $X = \mathit{Wahr}$ und $Y = A \vee B$ so lautet die daraus gebildete Formel

$$\mathit{Wahr} \Rightarrow (A \vee B),$$

welche offenbar äquivalent zu $A \vee B$ ist.